Problema I

La lunghezza d'onda nel dielettrico alle frequenze $f_1 = 15$ GHz e $f_2 = 20$ GHz sono, rispettivamente,

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{3\cdot 10^8}{15\cdot 10^9\sqrt{3.5}} = 10.7 \text{ mm}$$

$$\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = \frac{3\cdot 10^8}{20\cdot 10^9\sqrt{3.5}} = 8 \text{ mm}$$

Affinché il modo fondamentale si possa propagare deve essere

$$2a > \lambda_1 \Rightarrow \boxed{a > 5.35 \text{ mm}}$$

Se assumiamo che la guida abbia $b = a/2$, il primo modo superiore (TE_{20} o TE_{01}) non si può propagare nella banda $f_1 \div f_2$ se

$$a = 2b < \lambda_2 \Rightarrow \boxed{a < 8 \text{ mm}}$$

L'attenuazione di un modo al di sotto della frequenza di taglio diminuisce all'aumentare della frequenza. Pertanto, la condizione richiesta deve essere imposta alla frequenza f_2:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_c}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_2}\right)^2} > \frac{1.8}{8.68} \text{ nep/mm}$$

da cui, poiché $\lambda_c = a$, si ottiene:

$$\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} > \left(\frac{1.8}{8.68\cdot 2\pi}\right)^2 \Rightarrow a < \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{8^2}+\left(\frac{1.8}{8.68\cdot 2\cdot\pi}\right)^2}} = 7.73 \text{ mm}$$

Tenendo conto delle tre condizioni, scelgo

$$a = 7 \text{ mm} \qquad b = 3.5 \text{ mm}$$

CONT. →

PROBLEMA I (CONT.)

La costante di attenuazione ha un contributo dovuto alle perdite ohmiche sulle pareti (α_c) e uno dovuto alle perdite dielettriche (α_d). Per il modo TE_{10} si ha (alla frequenza f_2)

$$\alpha_c = \frac{R_s}{\zeta b} \frac{1 + 2\left(\frac{\lambda_2}{2a}\right)^2 \frac{b}{a}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_2}{2a}\right)^2}} = \frac{35 \cdot 10^{-3}}{\frac{377}{\sqrt{3.5}} \cdot 3.5} \frac{1 + 2\left(\frac{8}{2 \cdot 7}\right)^2 \frac{1}{2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{8}{2 \cdot 7}\right)^2}} \text{ nep/mm} =$$

$$= 0.08\ 10^{-3} \text{ nep/mm}$$

$$\alpha_d = \frac{\theta_e/2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_2}{2a}\right)^2}} \frac{2\pi}{\lambda_2} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_2}{2a}\right)^2} = \frac{\pi \theta_e}{\lambda_2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_2}{2a}\right)^2}} =$$

$$= \frac{\pi\ 10^{-4}}{8} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{8}{2 \cdot 7}\right)^2}} = 0.048 \text{ nep/mm}$$

Affinché la potenza P_L sul carico sia 100W, detta d la distanza fra il generatore e il carico, deve essere:

$$P_{gen} = P_L\, e^{2(\alpha_c + \alpha_d) d} = e^{2(0.08 \cdot 10^{-3} + 0.048 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 \cdot 10^3} P_L =$$

$$= 1.67\ P_L = 167 \text{ W}$$

PROBLEMA II

La frequenza di taglio del primo modo superiore a simmetria pari e^-:

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{c}{2d\sqrt{n_1^2-n_2^2}} = \frac{3\cdot 10^8}{2.54\cdot 10^{-3}\sqrt{3.5^2-1^2}} = 35.2\ GHz$$

Si propaga solo il modo TE_0^e.

Il valore della costante u si ottiene dalla soluzione dell'equazione caratteristica:

$$u\frac{d}{2}\ \mathrm{tg}\ u\frac{d}{2} = \sqrt{\left(k_0\frac{d}{2}\right)^2(3.5^2-1) - \left(u\frac{d}{2}\right)^2}$$

In pochi tentativi si trova che

$$u\frac{d}{2} \cong 0.865 \qquad \Rightarrow \qquad u = \frac{2\cdot 0.865}{2.54} = 0.68\ mm^{-1}$$

Si ha quindi

$$\beta = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - u^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{20}\right)^2 3.5^2 - 0.68^2} = 0.864\ mm^{-1}$$

$$v = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2} = \sqrt{0.864^2 - \left(\frac{2\pi}{20}\right)^2 1^2} = 0.804\ mm^{-1}$$

Per trovare la potenza nel dielettrico e al di fuori della lastra si deve calcolare il flusso del vettore di Poynting:

$$P_{diel} = \lim_{y_0\to\infty}\int_{-y_0}^{y_0} dy \int_{-d/2}^{d/2} \frac{\bar{E}\times\bar{H}^*}{2}\cdot\hat{z}\,dx = \lim_{y_0\to\infty} 2y_0\, 2\int_0^{d/2} -\frac{E_y H_x^*}{2}\,dx$$

$$P_{fuori} = 2\left(\lim_{y_0\to\infty}\int_{-y_0}^{y_0} dy \int_{d/2}^{\infty} -\frac{E_y H_x^*}{2}\,dx\right)$$

Le espressioni dei campi sono:

$$E_y = \begin{cases} Du\cos ux\, e^{-j\beta z} & 0<x<d/2 \\ Du\cos u\frac{d}{2}\, e^{-v\left(x-\frac{d}{2}\right)} e^{-j\beta z} & x>\frac{d}{2}\end{cases} \qquad H_x = \begin{cases} -\frac{\beta}{\eta_0 k_0}E_y & 0<x<\frac{d}{2} \\ -\frac{\beta}{\eta_0 k_0}E_y & x>\frac{d}{2}\end{cases}$$

CONT →

PROBLEMA II (CONT)

Si ha quindi:

$$P_{diel} = \lim_{y_0 \to \infty} 2y_0 \cdot \frac{\beta(u D)^2}{\eta_0 k_0} \int_0^{d/2} \cos^2 u x \, dx = \lim_{y_0 \to \infty} 2y_0 \frac{\beta(u D)^2}{\eta_0 k_0} \left(\frac{d}{4} + \frac{1}{4u} \sin ud \right)$$

$$P_{fuori} = \lim_{y_0 \to \infty} 2y_0 \frac{\beta(u D)^2}{\eta_0 k_0} \int_{d/2}^{\infty} e^{-2v\left(x - \frac{d}{2}\right)} dx = \lim_{y_0 \to \infty} 2y_0 \frac{\beta(u D)^2}{\eta_0 k_0} \left\{ \frac{1}{2v} \right.$$

Pertanto:

$$\frac{P_{diel}}{P_{TOT}} = \frac{P_{diel}}{P_{diel} + P_{fuori}} = \frac{1}{1 + \frac{P_{fuori}}{P_{diel}}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1/2v}{\frac{d}{4} + \frac{1}{4u} \sin ud}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1/2 \cdot 0.804}{\frac{2.54}{4} + \frac{1}{4 \cdot 0.68} \sin 0.68 \cdot 2.54}} = 0.616$$