Soluzione Tema 1

Le lunghezze d'onda di taglio dei primi modi della guida sono

$$\lambda''_{10} = \lambda''_{01} = 2a = 4 \text{ cm} \qquad \lambda''_{11} = \lambda'_{11} = \sqrt{2}a = 2.828 \text{ cm}$$

Poiché alla frequenza di lavoro $\lambda_0 = 3$ cm, gli unici modi che si possono propagare sono i modi (degeneri) TE_{10} e TE_{01}.

Poiché la guida è senza perdite la potenza trasmessa al carico è quella stessa che attraversa la sezione $z=0$, che è

$$P = \frac{|V''_{10}|^2}{2Z''_{10}} + \frac{|V''_{01}|^2}{2Z''}$$

dove

$$Z''_{10} = Z''_{01} = \frac{\eta_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}} = 570\ \Omega$$

$$V''_{10} = \int_0^a\int_0^a \bar{E}\cdot\bar{e}''_{10}\,dx\,dy = \int_0^a\int_0^a E_y\left(-\frac{\sqrt{2}}{a}\operatorname{sen}\frac{\pi x}{a}\right)dx\,dy$$

$$V''_{01} = \int_0^a\int_0^a \bar{E}\cdot\bar{e}''_{01}\,dx\,dy = \int_0^a\int_0^a E_x\left(\frac{\sqrt{2}}{a}\operatorname{sen}\frac{\pi y}{a}\right)dx\,dy$$

Calcolando gli integrali si trova

$$V''_{10} = -\sqrt{2}\ [V] \qquad V''_{01} = \sqrt{2}\ [V]$$

e quindi

$$P = 0{,}0035\ [W] = 3.5\ mW$$

Soluzione Tema 2

La lunghezza d'onda di risonanza del modo TM_{010} è uguale alla lunghezza d'onda di taglio del modo TM_{01} della guida circolare:

$$\lambda'_{010} = \lambda'_{01} = 2.613\,a$$

affinché la cavità risuoni a 3 GHz ($\lambda_0 = 10$ cm) deve aversi $2.613 \cdot a = 10$ cm

$$a = 3.83 \text{ cm}$$

La lunghezza d'onda di risonanza del modo TM_{011} è

$$\lambda'_{011} = \frac{1}{\sqrt{\left(1/\lambda'_{01}\right)^2 + 1/4d^2}}$$ da cui

$$d = \frac{1}{2\sqrt{\left(1/\lambda'_{011}\right)^2 - \left(1/\lambda'_{01}\right)^2}}$$

Affinché il modo TM_{011} risuoni a 6 GHz ($\lambda_0 = 5$ cm) deve aversi

$$d = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{25} - \frac{1}{100}}} = 2.89 \text{ cm}$$

Il fattore di merito del modo TM_{010} è

$$Q'_{010} = \frac{\eta_0 \, x_{01}}{2(R_s)_{3\,GHz}\left(1 + \frac{a}{d}\right)}$$

$\eta_0 = 377\,\Omega$

$x_{01} = 2{,}405$

$(R_s)_{3\,GHz} = 14\,m\Omega$

Si ottiene

$$Q'_{010} = 13925$$

Il fattore di merito del modo TM_{011} viene calcolato usando la formula generale (3.4 pg 228)

$$Q'_{011} = \frac{\eta_0 2\pi / \lambda'_{011}}{(R_s)_{6GHz} \int_{S_V} |H'_{011}|^2 dS_V}$$

dove (eq. 2.8b, pag. 223)

$$\bar{H}'_{011} = \sqrt{\frac{2}{d}}\, \bar{h}'_{01} \cos\frac{\pi z}{d}$$

$$\bar{h}'_{01} = \sqrt{\frac{1}{\pi}}\, \frac{J_1(x_{01}R/a)}{a\, J_1(x_{01})}\, \bar{u}_\varphi$$

Il contributo dato all'integrale dai dischi inferiore e superiore è

$$2 \cdot \frac{2}{d} \int_{S_{disco}} h'^2_{01}\, dS = \frac{4}{d}$$ (grazie alla normalizzazione di $\bar{h}_{01}$)

Il contributo sulla parete cilindrica, dove $h'_{01} = \sqrt{\frac{1}{\pi}}\, \frac{1}{a}$ è

$$2\pi a \left(\frac{1}{\pi}\,\frac{1}{a^2}\right) \frac{2}{d} \underbrace{\int_0^d \cos^2\frac{\pi z}{d}\, dz}_{d/2} = \frac{2}{a}$$

Dunque

$$Q_{011} = \frac{\eta_0\, 2\pi / \lambda'_{011}}{(R_s)_{6GHz} \left(\frac{4}{d} + \frac{2}{a}\right)}$$

Siccome $(R_s)_{6GHz} = 20\, m\Omega$ e $\lambda'_{011} = 5$ cm si ottiene

$$Q'_{011} = 12426$$