# Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
## COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
**8.09.2006**

**Soluzione problema 1**

La densità di corrente superficiale sulle pareti della guida è data da:

$$\mathbf{J}_s(\phi, z) = -\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{H}(D/2, \phi, z)$$

($z$ indica un sistema di coordinate con l'origine nella sezione di cortocircuito e direzione concorde con la direzione di propagazione dell'onda incidente).
Considerando solo il modo $\mathrm{TE}_{01}$ si ha:

$$\mathbf{H}(D/2, \phi, z) = I''_{01}(z)\mathbf{h}''_{01}(D/2, \phi) + j\,\frac{\kappa''_{01}}{\eta k}\, V''_{01}(z)\, \varphi''_{01}(D/2, \phi)\, \hat{\mathbf{z}}$$

Alla frequenza di lavoro la lunghezza d'onda in aria è $\lambda_0 = 3$ cm. Dato che $\lambda''_{01} = 1.64\,(D/2) = 4.1$ cm, il modo $\mathrm{TE}_{01}$ si può propagare. Pertanto nella guida d'onda si crea un'onda stazionaria pura che a $\lambda_g/4$ dal cortocircuito ha uno zero di corrente modale

$$I''_{01}(-\lambda_g/4) = 0$$

e un massimo di tensione modale

$$|V''_{01}(-\lambda_g/4)| = 2|V_{inc}| = 2\sqrt{2Z''_{01}P_{inc}}$$

Poiché

$$Z''_{01} = \frac{\eta_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda''_{01})^2}} = 553\ \Omega$$

si ottiene

$$|V''_{01}(-\lambda_g/4)| = 665\ \mathrm{V}$$

La densità di corrente superficiale risulta quindi:

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}_s(\phi, -\lambda_g/4) &= -\hat{\mathbf{r}} \times j\,\frac{\kappa''_{01}}{\eta_0 k}\, V''_{01}(-\lambda_g/4)\, \varphi''_{01}(D/2, \phi)\, \hat{\mathbf{z}} \\
&= -j\,\frac{x'_{01}/(D/2)}{\eta_0(2\pi/\lambda_0)}\, V''_{01}(-\lambda_g/4)\, \sqrt{\frac{1}{\pi {x'_{01}}^2}}\, \frac{x'_{01} J_0(x'_{01})}{(D/2) J_0(x'_{01})}\, \hat{\phi} = -j\,\frac{2x'_{01}\lambda_0\, V''_{01}(-\lambda_g/4)}{\eta_0 \pi \sqrt{\pi} D^2}\, \hat{\phi}
\end{aligned}$$

Pertanto la densità di corrente sulla sezione $z = -\lambda_g/4$ ha andamento in direzione azimutale e ampiezza

$$|\mathbf{J}_s(\phi, -\lambda_g/4)| = 0.29\ \mathrm{A/m}$$

# Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
## COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
**8.09.2006**

**Soluzione problema 2**

Alla frequenza di lavoro la lunghezza d'onda in aria e nell'allumina risultano:

$$\lambda_0 = c/f = 4 \text{ cm} \qquad \lambda_a = \lambda_0/\sqrt{\epsilon_r} = 1.33 \text{ cm}$$

Poiché

$$\lambda''_{10} = 2a = 6 \text{ cm} > \lambda_0 \qquad \lambda''_{20} = \lambda''_{01} = a = 3 \text{ cm} < \lambda_0$$

l'unco modo che si può propagare in tutte le regioni è il $TE_{10}$.
Si ha propagazione se l'equazione

$$\cosh \gamma(d_1 + d_2) = \frac{a_{11} + a_{22}}{2}$$

ammette soluzione per $\gamma$ immaginario puro ($\gamma = j\beta$) e cioè se $-1 \le (a_{11} + a_{22})/2 \le 1$.
La matrice di trasmissione per la cella elementare è:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta_1 d_1 & jZ_1 \sin\beta_1 d_1 \\ j\sin\beta_1 d_1/Z_1 & \cos\beta_1 d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta_2 d_2 & jZ_2 \sin\beta_2 d_2 \\ j\sin\beta_2 d_2/Z_2 & \cos\beta_2 d_2 \end{bmatrix}$$

dove

$$\beta_1 d_1 = \frac{2\pi}{\lambda_a}\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_a}{\lambda''_{10}}\right)^2}\, d_1 = 0.584 \text{ rad} \qquad Z_1 = \frac{\eta_0/3}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_a}{\lambda''_{10}}\right)^2}} = 129\ \Omega$$

$$\beta_2 d_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda''_{10}}\right)^2}\, d_2 = 0.507 \text{ rad} \qquad Z_2 = \frac{\eta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda''_{10}}\right)^2}} = 506\ \Omega$$

Svolgendo i calcoli si ottiene

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.661 & j0.731\eta_0 \\ j1.71/\eta_0 & -0.364 \end{bmatrix}$$

Poiché $(a_{11} + a_{22})/2 = 0.1485$ alla frequenza di lavoro si ha propagazione e la costante di fase risulta:

$$\beta = \frac{1}{d_1 + d_2} \arccos \frac{a_{11} + a_{22}}{2} = 0.254 \text{ rad/m}$$

L'impedenza caratteristica risulta:

$$Z_c = \frac{1}{a_{21}} \left( \frac{a_{11} - a_{22}}{2} + j \sin\beta(d_1 + d_2) \right) = 219 - j113\ \Omega$$