Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
826.02.2007

Soluzione problema 1

Sulla sezione $z = 0$ il campo elettrico non ha componente lungo x ed è indipendente dalla coordinata y. Pertanto, esso può eccitare solo modi con il secondo indice nullo (indipendenti da y). Quindi i soli modi che possono accoppiarsi con il campo dato sono i TE_{n0}. Inoltre, il campo ha simmetria pari rispetto alla mezzeria della guida e quindi i modi con indice n pari (che hanno simmetria dispari rispetto alla mezzeria) non vengono eccitati. Di conseguenza nello svolgimento del problema ci si può limitare a considerare i modi TE_{10}, TE_{30}, ...
Poiché la sezione sulla quale si deve determinare la distribuzione del campo elettrico è molto distante dalla sezione $z = 0$ (superiore ad alcune volte la dimensione trasversale della guida), è lecito supporre che i modi evanescenti siano praticamente estinti e che quindi non contribuiscano alla rappresentazione del campo. Verifico quali tra i modi di interesse si possono propagare. La lunghezza d'onda di lavoro è $\lambda_0 = c/f = 3.75$ cm e la devo confrontare con le lunghezze d'onda di taglio:

$$\lambda''_{10} = 2a = 12 \text{ cm} > \lambda_0 \qquad \text{si può propagare}$$

$$\lambda''_{30} = 2a/3 = 4 \text{ cm} > \lambda_0 \qquad \text{si può propagare}$$

$$\lambda''_{50} = 2a/5 = 2. \text{ cm} > \lambda_0 \qquad \text{non si può propagare}$$

Poiché le espressioni dei vettori modali dei modi TE_{10} e TE_{30} sono

$$\mathbf{e}''_{10} = -\mathbf{u}_y\sqrt{\frac{2}{ab}}\sin\frac{\pi x}{a} \qquad\qquad \mathbf{e}''_{30} = -\mathbf{u}_y\sqrt{\frac{2}{ab}}\sin\frac{3\pi x}{a}$$

le loro tensioni modali sulla sezione $z = 0$ risultano:

$$V''_{10}(0) = \int_0^a\int_0^b \mathbf{e}''_{10}\cdot\mathbf{E}_0\,dx\,dy = -2b\sqrt{\frac{2}{ab}}\int_0^{a/2}\sin\frac{\pi x}{a}\left(\sin\frac{2\pi x}{a} - \frac{1}{4}\sin\frac{4\pi x}{a}\right)dx = -\frac{22aE_0}{15\pi} = -28 \text{ V}$$

$$V''_{30}(0) = \int_0^a\int_0^b \mathbf{e}''_{30}\cdot\mathbf{E}_0\,dx\,dy = -2b\sqrt{\frac{2}{ab}}\int_0^{a/2}\sin\frac{3\pi x}{a}\left(\sin\frac{2\pi x}{a} - \frac{1}{4}\sin\frac{4\pi x}{a}\right)dx = -\frac{18aE_0}{35\pi} = -9.8 \text{ V}$$

Alla frequenza di lavoro, le costanti di propagazione dei due modi risultano:

$$\beta''_{10} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda''_{10}}\right)^2} = 1.5916 \text{ rad/cm}$$

$$\beta''_{30} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda''_{30}}\right)^2} = 0.583 \text{ rad/cm}$$

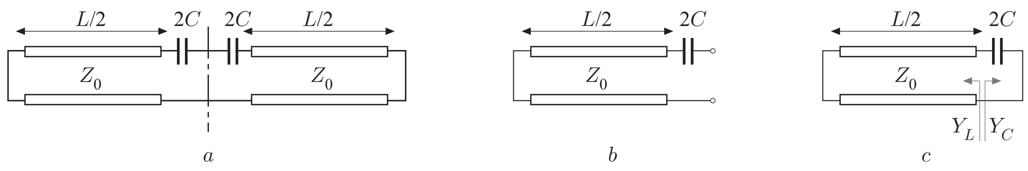
Il campo sulla sezione z risulta:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(x,y,z) &= V''_{10}(0)\mathrm{e}^{-j\beta''_{10}z}\mathbf{e}''_{10}(x,y) + V''_{30}(0)\mathrm{e}^{-j\beta''_{30}z}\mathbf{e}''_{30}(x,y) \\
&= jV''_{10}(0)\mathbf{e}''_{10}(x,y) - jV''_{30}(0)\mathbf{e}''_{30}(x,y) \\
&= j\mathbf{u}_y\left(9.3\sin\frac{\pi x}{a} - 3.3\sin\frac{3\pi x}{a}\right) \text{ V/cm}
\end{aligned}$$

Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
26.02.2007

Soluzione problema 2

Poiché la struttura risonante è simmetrica, conviene rappresentare il condensatore con due elementi in serie di capacità doppia rispetto a quella data (Fig. a).



All'interno della struttura vi saranno modi risonanti pari, per i quali il campo elettrico (e quindi la tensione) sulla mezzeria è massimo e modi risonanti dispari, per i quali il campo elettrico (e quindi la tensione) sulla mezzeria è nullo. La prima situazione corrisponde al circuito di Fig. b, nel quale si considera un circuito aperto sulla mezzeria (corrispondente ad una parete magnetica nella struttura reale); la seconda situazione corrisponde al circuito di Fig. c, nel quale si considera un corto circuito sulla mezzeria (corrispondente ad una parete elettrica nella struttura reale).

MODI PARI — Dalla Fig. b risulta evidente che il condensatore è ininfluente ai fini del calcolo della prima frequenza di risonanza, che ha luogo quando la linea risulta lunga $\lambda/4$. Si ha quindi:

$$f_1^e = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{4\,(L/2)} = \frac{c}{2L} = 750 \text{ MHz}$$

MODI DISPARI — Con riferimento alla Fig. c, le risonanze si hanno quando

$$Y_L + Y_C = 0 \qquad \Rightarrow \qquad -j\frac{1}{Z_0 \tan\frac{\omega(L/2)}{c}} + j2\omega C = 0$$

Poiché

$$Z_0 = \frac{\eta_0}{2\pi}\ln\frac{D_e}{D_i} = 30.7\ \Omega$$

sostituendo e svolgendo i calcoli si ottiene:

$$\text{cotan } 2.094 f_{GHz} = 3.86 f_{GHz}$$

la cui prima soluzione va cercata per valori di $f_{GHz} < 1/2.094{=}0.477$. Con alcuni tentativi si ottiene

$$f_1^o = 323 \text{ MHz}$$

In conclusione, poiché $f_1^o < f_1^e$ la prima frequenza di risonanza della struttura risulta:

$$f_{ris} = f_1^o = 323 \text{ MHz}$$