Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
20.07.2007

Soluzione problema 1

Innanzitutto verifichiamo che il modo fondamentale (TE_{10}) si possa propagare nella guida. La lunghezza d'onda di lavoro è

$$\lambda_0 = c/f = 3 \text{ cm}$$

che deve essere confrontata con la lunghezze d'onda di taglio:

$$\lambda''_{10} = 2a = 2 \cdot 2.286 = 4.572 \text{ cm} > \lambda_0$$

e quindi il modo si può propagare. Inoltre, il primo modo superiore (il TE_{20} poiché $b < a/2$) non si può propagare perché

$$\lambda''_{20} = a = 2.286 \text{ cm} < \lambda_0$$

L'espressione del campo elettrico all'interno della guida è quindi

$$\mathbf{E}(x,y,z) = V(z)\mathbf{e}''_{10}(x,y) = -\hat{y}(1+\Gamma(z))V_{inc}\sqrt{\frac{2}{ab}}\sin\frac{\pi x}{a}$$

L'ampiezza del campo elettrico assume il valore massimo al centro della sezione trasversale ($x = a/2$), in corrispondenza delle sezioni in cui il diagramma d'onda stazionaria raggiunge i suoi massimi. Ricordando che in tali sezioni il coefficiente di riflessione è reale positivo ($\Gamma(z_{max}) = |\Gamma(z)| = |\Gamma_{carico}|$), il massimo dell'ampiezza del campo risulta:

$$|\mathbf{E}|_{max} = (1+|\Gamma_{carico}|)|V_{inc}|\sqrt{\frac{2}{ab}}$$

L'ampiezza della tensione incidente dipende dalla potenza incidente nella guida:

$$|V_{inc}| = \sqrt{2Z''_{10}P_{inc}}$$

dove

$$Z''_{10} = \frac{\eta_0}{\sqrt{1-(\lambda_0/\lambda''_{10})^2}} = \frac{377}{\sqrt{1-(3/4.572)^2}} = 500\ \Omega$$

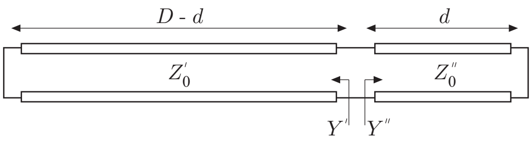
Sostituendo ed esplicitando rispetto a $|\Gamma_{carico}|$ si ha:

$$|\Gamma_{carico}| = \frac{|\mathbf{E}|_{max}}{\sqrt{\dfrac{4Z''_{10}P_{inc}}{ab}}} - 1 \leq \frac{|\mathbf{E}|_{sicurezza}}{\sqrt{\dfrac{4Z''_{10}P_{inc}}{ab}}} - 1 = \frac{5000}{\sqrt{\dfrac{4\cdot 500\cdot 10000}{2.286\cdot 1.016}}} - 1 = 0.7$$

Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
20.07.2007

Soluzione problema 2

Per il calcolo dei modi risonanti si può considerare il circuito equivalente mostrato nella seguente figura:



Poiché se la cavità coassiale fosse riempita con un mezzo omogeneo il primo modo risonante sarebbe il TEM_0, è lecito attendersi che anche per la cavità in esame sia dello stesso tipo, con un andamento del campo leggermente perturbato dalla presenza del liquido. Pertanto, l'equazione caratteristica che fornisce il modo da considerare è la seguente:

$$Y' + Y'' = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{jZ_0' \tan \dfrac{2\pi f}{c}(D-d)} + \frac{1}{jZ_0'' \tan \dfrac{2\pi n f}{c} d} = 0$$

dove le impedenze caratteristiche Z_0' e Z_0'' sono quelle del modo TEM del cavo coassiale, rispettivamente in aria e nel liquido:

$$Z_0' = \frac{\eta_0}{2\pi} \ln \frac{R_e}{R_i}$$

$$Z_0'' = \frac{\eta_0}{2\pi n} \ln \frac{R_e}{R_i} = \frac{Z_0'}{n}$$

dove $n = \sqrt{\epsilon_r}$ è l'indice di rifrazione del liquido (che si ipotizza senza perdite).
Sostituendo nell'equazione caratteristica e semplificando si ottiene:

$$n \tan \frac{2\pi f(D-d)}{c} = -\tan \frac{2\pi f d}{c} n \qquad \Rightarrow \qquad 1.12\, n = \tan(0.575\, n)$$

Risulta evidente che la prima soluzione si ha per valori di n tali che

$$0.575\, n < \frac{\pi}{2} \qquad \Rightarrow \qquad n < \frac{\pi}{2 \cdot 0.575} = 2.73$$

e, ovviamente per $n > 1$. Risolvendo numericamente l'equazione, considerando $1 < n < 2.73$, in pochi tentativi si perviene alla soluzione

$$n \approx 2$$

da cui

$$\epsilon_r = n^2 \approx 4$$