Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
21.11.2007

Soluzione problema 1
Poiché nel dielettrico si deve avere

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0/\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0/\sqrt{\epsilon_r}}{2a}\right)^2}} = 4D$$

esplicitando rispetto a λ_0 si ottiene:

$$\lambda_0 = \frac{4D\sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{1+\left(\frac{2D}{a}\right)^2}} = \frac{4\cdot 4\cdot 2}{\sqrt{1+\left(\frac{2\cdot 4}{20}\right)^2}} = 29.7 \text{ mm}$$

da cui

$$f = c/\lambda_0 = 10.1 \text{ GHz}$$

Alla frequenza di lavoro per il buon conduttore si ha:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0\sigma f}} = \frac{1}{\sqrt{\pi 4\pi 10^{-7}10^3 10.1\cdot 10^9}} = 158\ \mu\text{m}$$

e quindi $d \ll \delta$. Poiché il tratto riempito di dielettrico è in quarto d'onda, la lamina metallica vede come carico un circuito aperto e, indicando con Z_c l'impedenza caratteristica del modo TE_{10} nel conduttore, l'impedenza all'interfaccia aria/buon conduttore risulta:

$$Z_{in} = \frac{Z_c}{\tanh \gamma d}$$

Poiché

$$\gamma = \sqrt{k''_{10} - k^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{2a}\right)^2 - \left(\frac{1-j}{\delta}\right)^2}$$

considerando che il modulo del primo termine nella radice trascurabile rispetto a quello del secondo termine, si ha:

$$\gamma \approx \sqrt{-k^2} = jk = j\frac{1-j}{\delta}$$

Ricordando che $Z_c = j\eta k/\gamma$ e tenendo conto del fatto che $\tanh \gamma d \approx \gamma d$, sostituendo si ottiene:

$$Z_{in} = \frac{j\eta k}{\gamma^2 d} = \frac{j\eta k}{-k^2 d} = \frac{j\frac{(1+j)}{\sigma\delta}}{-\frac{(1-j)}{\delta}\,d} = \frac{1}{\sigma d} \approx 562\ \Omega$$

L'impedenza modale del modo TE_{10} in aria risulta

$$Z''_{10} = \frac{\eta_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}} = \frac{377}{\sqrt{1-\left(\frac{29.7}{2\cdot 20}\right)^2}} \approx 563\ \Omega$$

Poiché $Z_{in} \approx Z''_{10}$ si ha

$$\Gamma \approx 0$$

Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica
COMPLEMENTI DI CAMPI ELETTROMAGNETICI
21.11.2007

Soluzione problema 2

Poiché

$$f'_{010\,aria} = \frac{c}{\lambda'_{01}} = \frac{c}{2.613a}$$

si ha

$$f'_{010\,allumina} = \frac{c/\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda'_{01}} = \frac{f'_{010\,aria}}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{f'_{010\,aria}}{3} = 10 \text{ GHz}$$

A questa frequenza per l'allumina si ha

$$\theta_e = 10^{-5} \cdot 10 = 10^{-4}$$

e per il rame risulta

$$R_s \approx 25 \text{ m}\Omega$$

Ricordando che l'altezza è pari al diametro ($d = 2a$), il fattore di merito in presenza dell'allumina risulta:

$$Q'_{010} = \left(\frac{2\sqrt{\epsilon_r} R_s (1 + a/d)}{\eta_0 \, x_{01}} + \theta_e \right)^{-1} = \left(\frac{2 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 10^{-3}(1 + 1/2)}{377 \cdot 2.405} + 10^{-4} \right)^{-1} = 2857$$