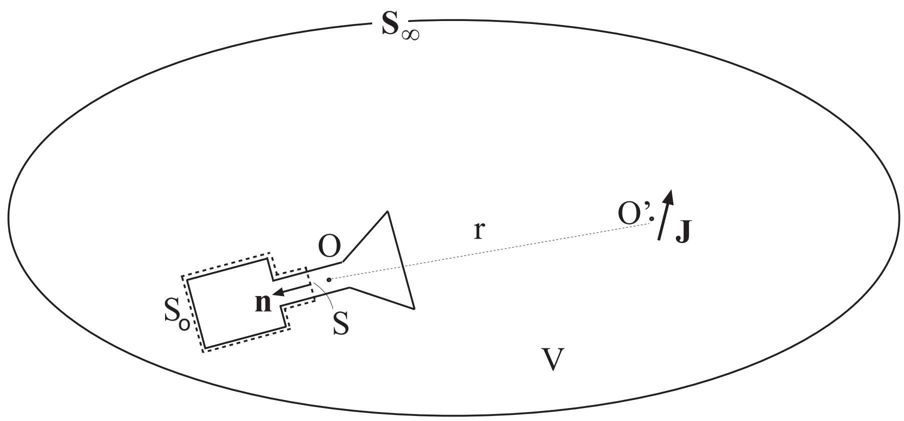
Antenne Riceventi



Per determinare le caratteristiche di un'antenna ricevente ci si avvale del teorema di reciprocità applicato al campo elettromagnetico irradiato dall'antenna quando è usata in trasmissione ed al campo cui essa è soggetta quando è usata in ricezione.
Si consideri lo spazio V che include la posizione dell'antenna, limitato dalle superfici S_∞ e S_o indicate in figura. La superficie S_∞ (di dimensioni grandi a piacere) circonda completamente l'antenna, mentre la superficie S_o esclude dal volume interno a S_∞ la regione occupata dal generatore o dal carico connessi con l'antenna. Si assume che tale superficie intersechi la linea di trasmissione che collega il generatore o il carico all'antenna nella sezione S che è stata assunta come porta dell'antenna. Nessuna ipotesi viene fatta circa l'adattamento dell'antenna alla linea.
Si assume che il generatore ed il carico possano scambiare potenza con lo spazio esterno V solo attraverso l'antenna e, a tal fine, si assume che sulla superficie $S_o - S$ i campi elettromagnetici soddisfino la condizione di parete elettrica. Si assume infine, per semplicità, che sulla porta S, la linea di trasmissione sia unimodale.
Consideriamo le due situazioni di campo:

- a) campo irraggiato dall'antenna nello spazio libero (in assenza di qualunque altra sorgente). Si assume come origine del sistema di riferimento il punto O, centro di fase dell'antenna;
- b) campo irraggiato dall'elemento di corrente elettrica $\vec{J}_b$ posto in O', in presenza dell'antenna, quando essa è collegata tramite la stessa linea di trasmissione ad un ricevitore adattato. Si suppone che il punto O' si trovi nella zona di radiazione dell'antenna. Come si vedrà in seguito, il risultatto della trattazione non risente della particolarità della scelta della sorgente.

I campi $\vec{E}_a$, $\vec{H}_a$ ed $\vec{E}_b$, $\vec{H}_b$ nel volume V soddisfano le seguenti relazioni:

a) $\nabla \times \vec{E}_a = -j\omega\mu\vec{H}_a$

$\nabla \times \vec{H}_a = j\omega\epsilon\vec{E}_a$

condizioni di radiazione su S_∞

$\vec{n} \times \vec{E}_a = 0$ su $S_o - S$

$$\left.\begin{aligned} &\vec{E}_a = V^+ \,(1+\Gamma)\,\vec{e} \\ &\vec{H}_a = -\frac{V^+}{Z_c}\,(1-\Gamma)\,\vec{h} \end{aligned}\right\} \text{sulla porta } S \text{ dell'antenna:}$$

b) $\nabla \times \vec{E}_b = -j\omega\mu\vec{H}_b$
$\nabla \times \vec{H}_b = j\omega\epsilon\vec{E}_b + \vec{J}_b$
condizioni di radiazione su S_∞
$\vec{n} \times \vec{E}_b = 0$ su $S_o - S$

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_b &= V^- \, \vec{e} \\ \vec{H}_b &= \frac{V^-}{Z_c} \, \vec{h} \end{aligned}\right\} \text{sulla porta } S \text{ dell'antenna:}$$

dove:

V^+	è la tensione modale incidente sulla porta dell'antenna (caso a), si assume che la fase dell'onda incidente sia il riferimento di fase per tutti i campi (V^+ reale positiva);
V^-	è l'ampiezza d'onda uscente dalla porta dell'antenna quando essa è collegata al ricevitore adattato (caso b);
$\vec{e}$, $\vec{h}$	sono i vettori modali del modo dominante, normalizzati in modo che risulti $\int_S \vec{e} \times \vec{h} \cdot \vec{n} \, dS = 1$
Z_c	è l'impedenza modale nella linea;
Γ	è il coefficiente di riflessione dell'antenna (in trasmissione).

Si nota che il segno meno nella definizione di $\vec{H}_a$ dipende dal fatto che nel caso a) la potenza fluisce in direzione opposta ad $\vec{n}$. Nel caso b) si hanno le normali relazioni valide in caso di adattamento.

Il teorema di reciprocità nella forma di Lorentz, nel caso di sole sorgenti elettriche, afferma che:

$$\int_S \left(\vec{E}_a \times \vec{H}_b - \vec{E}_b \times \vec{H}_a \right) \cdot \vec{n} dS = - \int_V \vec{E}_a \cdot \vec{J}_b dV$$

In base alle definizioni date, si trova immediatamente che l'integrale di superficie vale:

$$\int_S \left(\vec{E}_a \times \vec{H}_b - \vec{E}_b \times \vec{H}_a \right) \cdot \vec{n} \, dS = 2 \frac{V^+ \, V^-}{Z_c}$$

Nella valutazione dell'integrale di volume, avendo supposto che O' si trovi nella zona di radiazione dell'antenna si può rappresentare il campo $\vec{E}_a$ nel punto O' nella forma:

$$\vec{E}_a(\vec{r}) = \sqrt{\frac{\eta P_{ing}}{2\pi}} \, \frac{e^{-jkr}}{r} \, \sqrt{g} \, e^{j\psi} \vec{p}$$

dove:

P_{ing}	è la potenza in ingresso all'antenna nel caso a): $P_{ing} = \frac{V^{+2}}{2Z_c}(1 - \lvert\Gamma^2\rvert)$;
$r = \lvert \vec{r} \rvert$	è la distanza del punto O' dall'origine O;
g	è il guadagno dell'antenna nella direzione di O';
ψ	è la fase del campo irradiato dall'antenna nella direzione di O', ad una distanza pari ad un multiplo intero di lunghezze d'onda, (si ricorda che come riferimento per le fasi è stata assunta la fase dell'onda incidente);
$\vec{p}$	è la polarizzazione del campo irraggiato dall'antenna nella direzione di O'.

Indicando con ΔV il volume infinitesimo occupato dall'elemento di corrente $\vec{J}_b$, si ha:

$$\int_{\Delta V} \vec{E}_a \cdot \vec{J}_b \, dV = \frac{V^+}{\sqrt{Z_c}} \sqrt{\frac{\eta\,(1-|\Gamma|^2)}{4\pi}} \frac{e^{-jkr}}{r} \; \sqrt{g}\; e^{j\psi} \; \vec{p}\cdot\vec{J}_b \Delta V$$

Introducendo il campo elettrico incidente sull'antenna, cioè il campo elettrico nel punto O quando l'elemento di corrente $\vec{J}_b$ irraggia nello spazio vuoto (in assenza dell'antenna):

$$\vec{E}_{inc} = -j\,\frac{\eta}{2\lambda}\;\frac{e^{-jkr}}{r}\,\Delta V(\vec{J}_b - \vec{r}\;\frac{\vec{J}_b\cdot\vec{r}}{r^2})$$

e tenendo presente che $\vec{p}\cdot\vec{r} = 0$, risulta:

$$\frac{e^{-jkr}}{r}\;\vec{p}\cdot\vec{J}_b\Delta V = j\,\frac{2\lambda}{\eta}\;\vec{p}\cdot\vec{E}_{inc}$$

da cui:

$$\int_{\tau} \vec{E}_a \cdot \vec{J}_b \, dV = 2j\;\frac{V^+}{\sqrt{Z_c}}\;\sqrt{1-|\,\Gamma\,|^2}\;\frac{\lambda}{\sqrt{4\pi\eta}}\;\sqrt{g}\;e^{j\psi}\;\vec{p}\cdot\vec{E}_{inc}$$

Uguagliando i due termini si ottiene in infine

$$\frac{V^-}{\sqrt{Z_c}} = -j\;\sqrt{1-|\,\Gamma\,|^2}\;\frac{\lambda}{\sqrt{4\pi\eta}}\;\sqrt{g}\;e^{j\psi}\;\vec{p}\cdot\vec{E}_{inc}$$

Questa espressione della tensione uscente dalla porta dell'antenna, (con la linea chiusa su un carico adattato) è il risultato di base per lo studio delle antenne riceventi. Avendo espresso tale tensione in funzione del campo incidente sull'antenna, essa risulta indipendente dal tipo di sorgente considerato. L'unica limitazione alla validità di questa espressione rimane l'ipotesi che la sorgente si trovi nella zona del campo di radiazione dell'antenna. Infatti se questa ipotesi non fosse verificata, il teorema di reciprocità sarebbe ancora valido, ma non sarebbe possibile rappresentare il campo $\vec{E}_a$ in O' con la semplice espressione utilizzata.

Ricezione di un'onda monocromatica generata da una sorgente localizzata.

Essendo l'onda incidente monocromatica, si può evidenziare la sua intensità e polarizzazione, ponendo:

$$\vec{E}_{inc} = E_{inc}\,\vec{p}_{inc}$$

La potenza disponibile sulla porta dell'antenna è $|V^-|^2/(2Z_c)$, pertanto, prendendo il modulo al quadrato di entrambe i membri dell'espressione di V^-e ricordando che $|E_{inc}|^2/(2\eta)$ rappresenta la densità di potenza incidente W_{inc}, risulta:

$$P_d = W_{inc}\,(1-|\,\Gamma\,|^2)\;\frac{\lambda^2}{4\pi}\;g\;|\,\vec{p}\cdot\vec{p}_{inc}\,|^2$$

Il prodotto di $\lambda^2/4\pi$ per il guadagno dell'antenna nella generica direzione prende il nome di area efficace dell'antenna nella stessa direzione:

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2}{4\pi}\,g$$

mentre i due fattori adimensionali non negativi e non maggiori di uno prendono il nome rispettivamente di:

$1-|\,\Gamma\,|^2$	perdita per disadattamento
$|\,\vec{p}\cdot\vec{p}_{inc}\,|^2$	perdita per polarizzazione

Il loro valore espresso in dB è un un numero negativo (perdita) o, al limite, nullo che indica la diminuzione di potenza ricevuta a causa del disadattamento dell'antenna alla linea e al suo disadattamento alla polarizzazione dell'onda incidente. Date le proprietà dei versori di polarizzazione, la perdita per polarizzazione risulta pari a 0 dB solo se $\vec{p}_{inc}$ e $\vec{p}^*$ differiscono solo per un termine di fase. Questo significa che per avere perdita per polarizzazione nulla, nel caso di polarizzazione lineare, le due polarizzazioni devono essere uguali, mentre nel caso di polarizzazione ellittica o circolare esse devono essere rappresentate dalla stessa ellisse, ma percorsa in verso opposto. Ricordando che il verso di percorrenza dell'ellisse (orario o antiorario) dipende dal punto di vista, il risultato precedente si può anche esprimere dicendo che la perdita per polarizzazione risulta pari a 0 dB se la polarizzazione dell'onda incidente (vista nel verso di propagazione) è uguale alla polarizzazione del campo generato dall'antenna nella stessa direzione (vista dalla posizione dell'antenna stessa).

Ricezione di un'onda a banda stretta generata da una sorgente localizzata
(matrice di coerenza)

In questo caso$\mid V^- \mid^2/(2Z_c)$ è una funzione lentamente variabile nel tempo che rappresenta il valore medio in un periodo della potenza disponibile:

$$\frac{\mid V^- \mid^2}{2Z_c} = (1-\mid \Gamma^2)\,\frac{A_{eff}}{2\eta}\,\vec{p}\cdot\vec{E}_{inc}\,\vec{E}^*_{inc}\cdot\vec{p}^*$$

La potenza media disponibile è data da:

$$P_d = < \frac{\mid V^- \mid^2}{2Z_c} > = (1-\mid \Gamma^2)\,\frac{A_{eff}}{2\eta}\,\vec{p}\cdot < \vec{E}_{inc}\,\vec{E}^*_{inc} > \cdot\vec{p}^*$$

dove si è indicato con $<\ >$ il valor medio temporale valutato su intervalli di tempo lunghi rispetto al periodo; è stato implicitamente assunto che i parametri relativi all'antenna, area efficace e polarizzazione del campo irraggiato, siano praticamente costanti entro la banda considerata. Definendo la matrice di coerenza del segnale incidente e la matrice di coerenza del campo irraggiato dall'antenna nella direzione di provenienza dell'onda incidente:

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}_{inc} &= \begin{vmatrix} <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{inc}\,\vec{E}^*_{inc}\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{inc}\,\vec{E}^*_{inc}\cdot\vec{u}_\phi> \\ <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{inc}\,\vec{E}^*_{inc}\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{inc}\,\vec{E}^*_{inc}\cdot\vec{u}_\phi> \end{vmatrix} \\
\mathbf{J}_{a} &= \begin{vmatrix} <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{a}\,\vec{E}^*_{a}\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{a}\,\vec{E}^*_{a}\cdot\vec{u}_\phi> \\ <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{a}\,\vec{E}^*_{a}\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{a}\,\vec{E}^*_{a}\cdot\vec{u}_\phi> \end{vmatrix} \\
&= |\vec{E}_a|^2 \begin{vmatrix} p_\theta p^*_\theta & p_\theta p^*_\phi \\ p_\phi p^*_\theta & p_\phi p^*_\phi \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

si può verificare che l'espressione della potenza disponibile può essere riscritta nella forma:

$$P_d = (1-\mid \Gamma^2)\,A_{eff}\,W_{inc}\,\frac{\mathrm{Tr}(\mathbf{J}_a\mathbf{J}^T_{inc})}{\mathrm{Tr}(\mathbf{J}_a)\,\mathrm{Tr}(\mathbf{J}_{inc})}$$

dove:

$$2\,\eta\,W_{inc} = < \vec{E}_{inc}\cdot\vec{E}^*_{inc} > = \mathrm{Tr}(\mathbf{J}_{inc})$$

Ricezione di un'onda a banda stretta generata da una sorgente estesa
(matrice di coerenza mutua)

In questo caso, sfruttando la sovrapposizione degli effetti, si può scrivere che l'ampiezza d'onda uscente dalla porta dell'antenna è :

$$\frac{V^-}{\sqrt{Z_c}} = -j\,\sqrt{(1-|\,\Gamma\,|^2)/\eta}\;\int_{4\pi}\sqrt{A_{eff}(\Omega)}\;e^{j\psi(\Omega)}\;\vec{p}(\Omega)\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;d\Omega$$

dove $\vec{E}_{inc}(\Omega)$ ha il significato di campo incidente per unità di angolo solido. La potenza disponibile, mediata in un periodo risulta

$$\frac{|\,V^-\,|^2}{2Z_c} = \frac{1-|\,\Gamma\,|^2}{2\,\eta}\int_{4\pi}\int_{4\pi}\sqrt{A_{eff}(\Omega)A_{eff}(\Omega')}\;e^{j(\psi(\Omega)-\psi(\Omega'))}\,\vec{p}(\Omega)\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\,\vec{E}^*_{inc}(\Omega')\cdot\vec{p}^*(\Omega')\;d\Omega\;d\Omega'$$

e la potenza disponibile, mediata su tempi lunghi rispetto al periodo risulta

$$P_d = \frac{1-|\,\Gamma\,|^2}{2\,\eta}\int_{4\pi}\int_{4\pi}\sqrt{A_{eff}(\Omega)A_{eff}(\Omega')}\;e^{j(\psi(\Omega)-\psi(\Omega'))}\,\vec{p}(\Omega)\cdot<\vec{E}_{inc}(\Omega)\,\vec{E}^*_{inc}(\Omega')>\cdot\vec{p}^*(\Omega')\;d\Omega\;d\Omega'$$

dove, come usuale, si è assunto che i parametri relativi all'antenna siano praticamente costanti entro la banda d'interesse. Ai fini del calcolo di P_d, l'onda incidente è completamente caratterizzata se è nota la matrice di coerenza mutua così definita:

$$\mathbf{J}_m(\Omega,\Omega') \;=\; \left|\begin{array}{cc} <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega')\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega')\cdot\vec{u}_\phi> \\ <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega')\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega')\cdot\vec{u}_\phi> \end{array}\right|$$

Sorgente spazialmente non coerente

Se la sorgente estesa è spazialmente non coerente risulta:

$$<\vec{u}_\alpha\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega')\cdot\vec{u}_\beta> = \delta(\Omega-\Omega')<\vec{u}_\alpha\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega)\cdot\vec{u}_\beta>$$

e la matrice di coerenza mutua dell'onda incidente si riduce alla matrice di coerenza in funzione della direzione di provenienza:

$$\mathbf{J}_{inc}(\Omega) \;=\; \left|\begin{array}{cc} <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega)\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\theta\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega)\cdot\vec{u}_\phi> \\ <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega)\cdot\vec{u}_\theta> & <\vec{u}_\phi\cdot\vec{E}_{inc}(\Omega)\;\vec{E}^*_{inc}(\Omega)\cdot\vec{u}_\phi> \end{array}\right|$$

In questo caso la potenza disponibile alla porta dell'antenna è

$$P_d = (1-|\,\Gamma\,|^2)\int_{4\pi}A_{eff}(\Omega)\;W_{inc}(\Omega)\;\frac{\mathrm{Tr}\left(\mathbf{J}_a(\Omega)\mathbf{J}^T_{inc}(\Omega)\right)}{\mathrm{Tr}\left(\mathbf{J}_a(\Omega)\right)\;\mathrm{Tr}\left(\mathbf{J}_{inc}(\Omega)\right)}\;d\Omega$$

Se si fa l'ulteriore ipotesi che per qualunque direzione di provenienza l'onda incidente sia completamente non polarizzata, l'espressione precedente si semplifica

$$P_d = \frac{1}{2}\;(1-|\,\Gamma\,|^2)\int_{4\pi}A_{eff}(\Omega)\;W_{inc}(\Omega)\;d\Omega$$

Nel caso di sorgenti distribuite, è uso definire la densità di potenza incidente per unità di angolo solido attraverso la brillanza $B(\Omega)$, cioè la densità spettrale di densità di potenza emessa dalla sorgente nell'unità di angolo solido. Se nella banda Δf la densità spettrale della potenza incidente è costante risulta

$$W_{inc}(\Omega) = \Delta f B(\Omega)$$

Inoltre, analogamente a quanto avviene per il corpo nero, è uso definire la brillanza in termini di temperatura di brillanza. La brillanza di un corpo nero alla temperatura T è data dalla formula di Planck:

$$B = \frac{2}{\lambda^2} \frac{hf}{\exp(hf/KT) - 1}$$

dove h è la costante di Planck $(h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Joule-sec) e K è la costante di Boltzmann ($K = 1.37 \cdot 10^{-23}$ Joule / ^{o}K). A radiofrequenza ($f << KT/h = 2.07\ 10^{10}\, T$) l'espressione precedente può essere approssimata da:

$$B = \frac{2KT}{\lambda^2}$$

Per questo motivo, nel caso del rumore, è uso comune definire la brillanza tramite la sua temperatura, cioè fornendo la temperatura $T_B(\Omega)$ in gradi Kelvin che definisce la brillanza di rumore secondo la relazione valida per il corpo nero. Allo stesso modo, anche la potenza disponibile di rumore all'uscita dell'antenna viene definita fornendo la **temperatura di rumore d'antenna**, cioè la temperatura T_a (espressa in gradi Kelvin) che moltiplicata per la costante di Boltzmann, fornisce la densità spettrale di potenza di rumore disponibile:

$$P_N = KT_a \Delta f$$

Risulta quindi che la temperatura di rumore d'antenna dovuta all'ambiente esterno è legata alla temperatura di brillanza dell'ambiente dalla relazione

$$T_a^{(ext)} = (1 - |\,\Gamma\,|^2)\ \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} g_a(\Omega)\ T_B(\Omega)\ d\Omega$$

Alla componente di rumore d'antenna derivante dalla ricezione di rumore ambientale bisogna sommare il contributo di rumore che l'antenna stessa rende disponibile alla sua porta d'ingresso, dovuto al fatto che le strutture che costituiscono l'antenna in generale sono in grado di scambiare potenza con il campo elettromagnetico e si trovano ad una temperatura diversa dallo zero assoluto. Considerando il caso di un'antenna chiusa su un carico adattato e in equilibrio termico con l'ambiente, si vede che il contributo di rumore che l'antenna stessa rende disponibile alla sua porta d'ingresso è dato da:

$$T_a^{(int)} = (1 - |\,\Gamma\,|^2)\, T_o\, (1 - \xi)$$

dove T_o è la temperatura fisica dell'antenna e ξ la sua efficenza. In conlusione, la temperatura di rumore d'antenna, può essere espressa nella forma:

$$T_a = T_a^{(ext)} + T_a^{(int)} = (1 - |\,\Gamma\,|^2) \left[\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} g_a(\Omega)\ T_B(\Omega)\ d\Omega + T_o\,(1 - \xi) \right]$$

Nel caso di temperatura di brillanza uniforme, la relazione precedente si riduce a

$$T_a = (1 - |\,\Gamma\,|^2)\ [T_B\, \xi + T_o\, (1 - \xi)]$$

essendo

$$\int_{4\pi} g(\Omega)\ d\Omega = \xi \int_{4\pi} D(\Omega)\ d\Omega = 4\pi\xi$$

avendo indicato con D la dirrettività dell'antenna.