

Facoltà di Ingegneria
Università degli studi di Pavia

Corso di Laurea Triennale in
Ingegneria Elettronica e Informatica

Campi Elettromagnetici e Circuiti I

Linee di trasmissione

Sommario

- Introduzione
- Equazione dei telegrafisti
- Tipi di linee di trasmissione e loro caratteristiche
- Coefficiente di riflessione, impedenza e ammettenza d'onda e loro relazioni
- Potenza trasmessa, incidente e riflessa
- Linea senza perdite e diagramma d'onda stazionaria
- Casi particolari: linea adattata, linea in corto circuito, linea a vuoto, linea $\lambda/2$, linea $\lambda/4$
- Carta di Smith

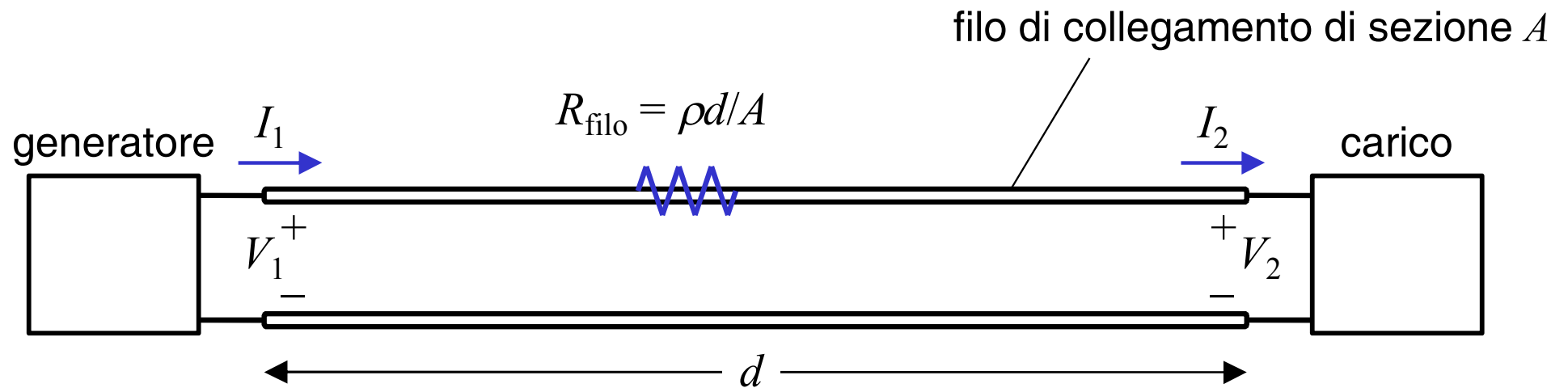
Introduzione

Finora i **fili** presenti nei circuiti elettrici sono sempre stati considerati come **elementi ininfluenti** nel calcolo di tensioni e correnti. Il loro scopo era solo quello di indicare le interconnessioni topologiche fra i vari elementi circuitali.

Questa **ipotesi** è **valida** rigorosamente solo se il circuito opera **in regime stazionario** e se i fili sono realizzati con **conduttori ideali** (resistività $\rho = 0$) e il materiale che li separa è un **dielettrico perfetto** (conducibilità $\sigma = 0$).

Introduzione

Nell'ipotesi che il circuito sia **in regime stazionario**, la **resistività $\rho \neq 0$** dei materiali che costituiscono i fili determina cadute di tensione tra l'ingresso e l'uscita.



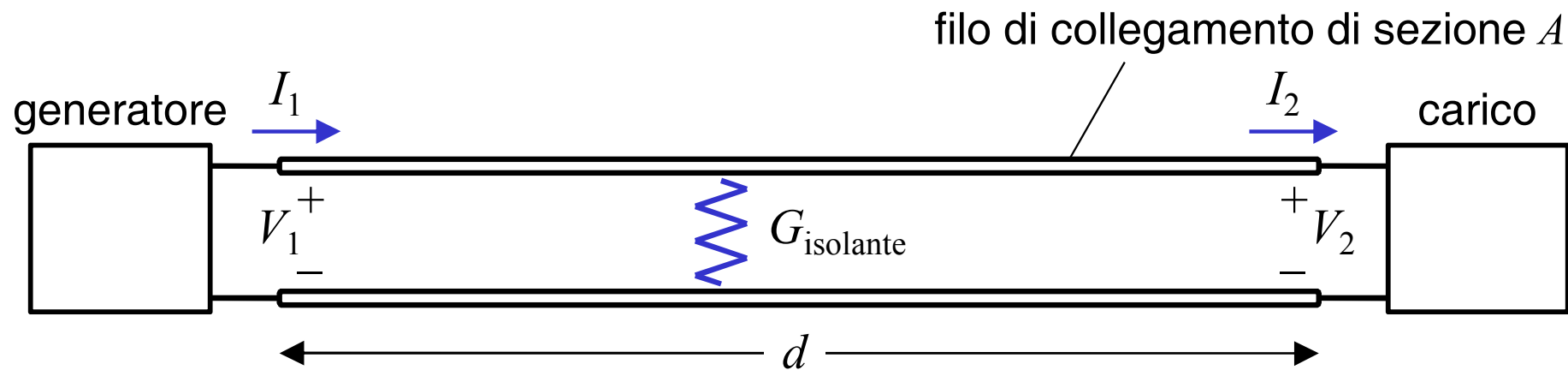
Esempio:

Conduttori di rame $\rho = 20 \text{ n}\Omega/\text{m}$, di sezione $A = 1 \text{ mm}^2$, lunghezza della linea $d = 50 \text{ m}$, corrente in ingresso $I_1 = 1 \text{ A}$, tensione all'ingresso $V_1 = 100 \text{ V}$.

Si ha $R_{\text{filo}} = \rho d/A = 1 \text{ }\Omega$, caduta di tensione sul filo $= R_{\text{filo}} I_1 = 1 \text{ V}$, $V_2 = 99 \text{ V}$

Introduzione

Nell'ipotesi che il circuito sia **in regime stazionario**, la **conducibilità** $\sigma \neq 0$ del materiale che li separa determina una dispersione di corrente tra l'ingresso e l'uscita.



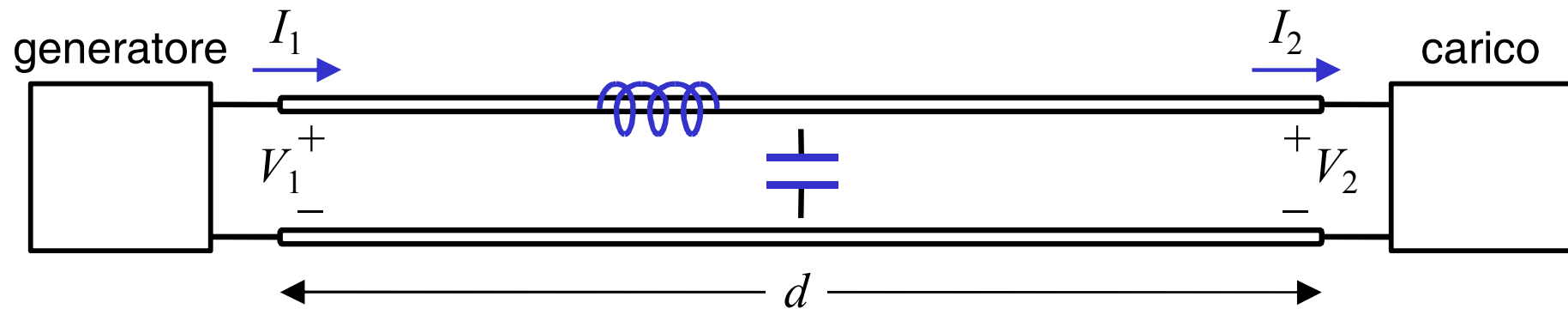
Esempio:

Conduttanza equivalente dell'isolante $G_{\text{isolante}} = 0.1 \text{ mS}$, lunghezza della linea $d = 50 \text{ m}$, corrente in ingresso $I_1 = 1 \text{ A}$, tensione sulla linea $V_2 \approx V_1 = 100 \text{ V}$.

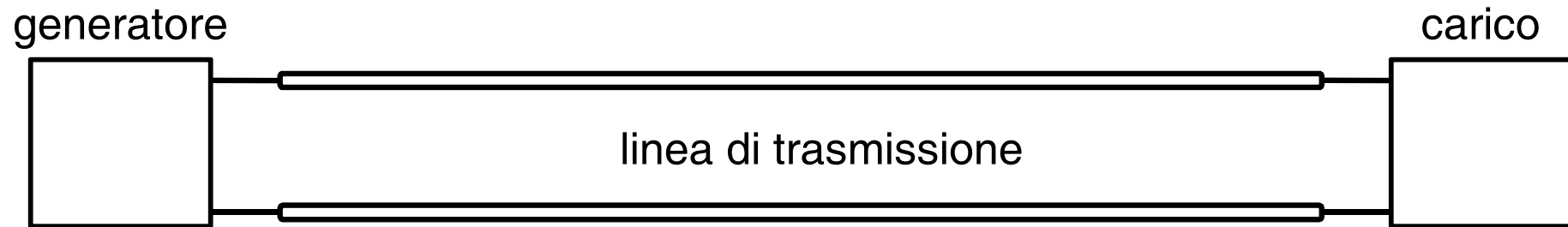
Si ha $I_2 = I_1 - G_{\text{isolante}} V_1 = 0.99 \text{ A}$

Introduzione

Nell'ipotesi che il circuito sia **in regime non stazionario**, anche considerando conduttori ideali e dielettrici perfetti, a causa dei campi elettrici e magnetici variabili vi sono **effetti di tipo induttivo e capacitivo** lungo i fili.



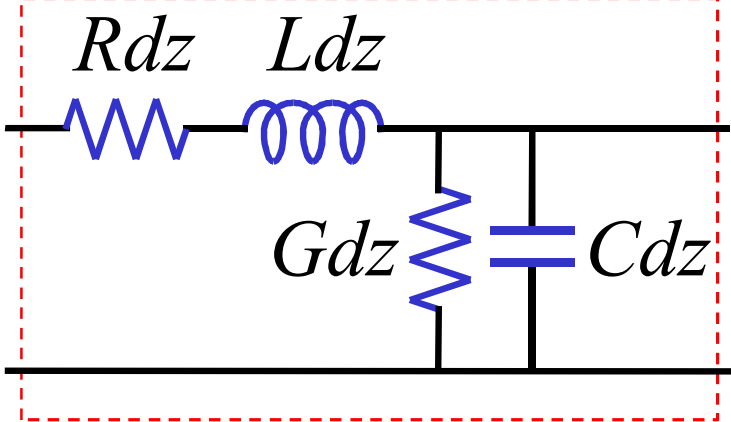
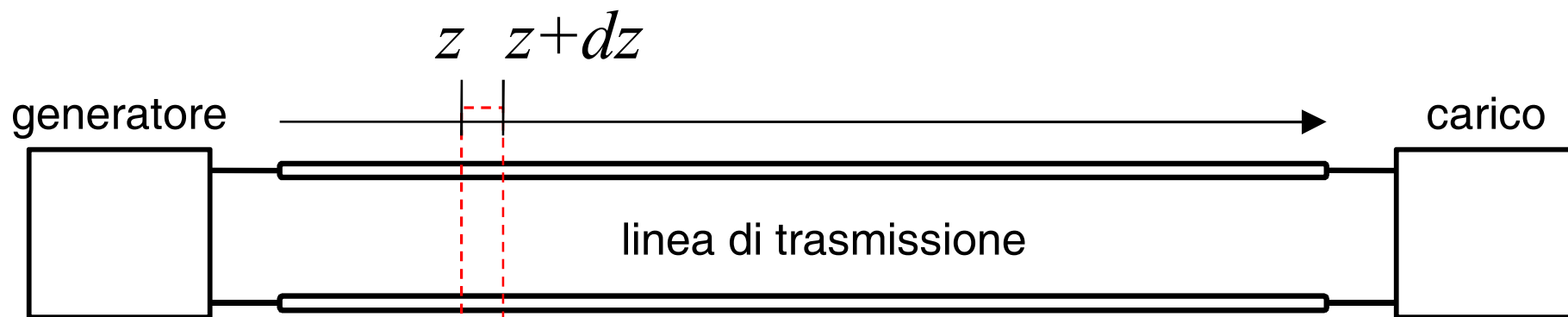
Introduzione



Se la **frequenza massima di lavoro non è troppo elevata**, lo studio delle variazioni di tensione e corrente lungo le linee di collegamento può essere condotto nell'ipotesi che il campo elettrico e quello magnetico su ogni sezione abbiano la stessa forma dei campi stazionari. In questo caso, **è possibile studiare il fenomeno con la cosiddetta "teoria elementare delle linee di trasmissione"** che si basa sui concetti circuitali introdotti finora.

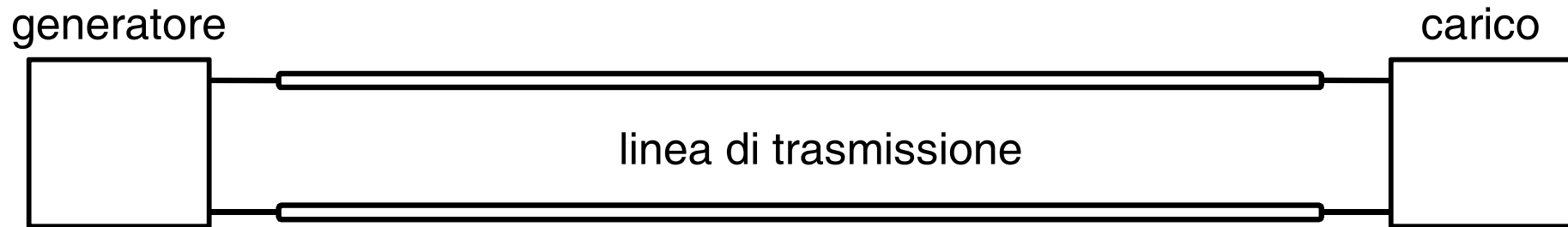
Una trattazione più rigorosa, che verrà svolta nei successivi corsi di campi elettromagnetici, permetterà di meglio capire i limiti di questa teoria e di ottenere la soluzione esatta del problema.

Equazione dei telegrafisti

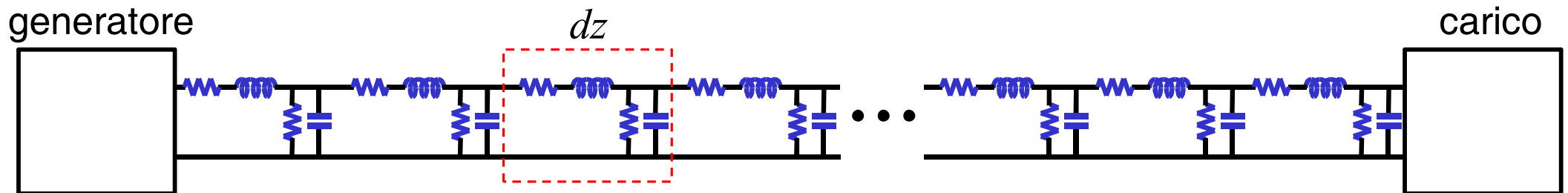


- R = resistenza per unità di lunghezza [Ω/m]
- L = induttanza per unità di lunghezza [H/m]
- G = conduttanza per unità di lunghezza [S/m]
- C = capacità per unità di lunghezza [F/m]

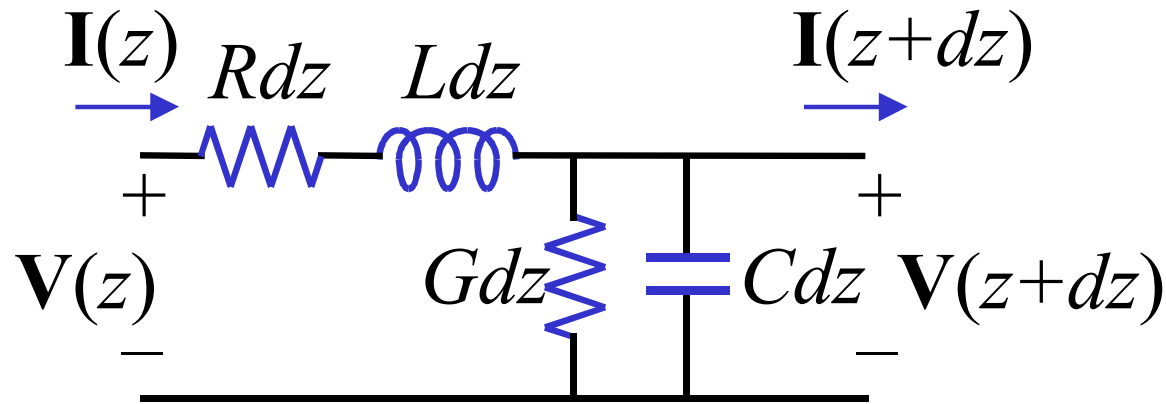
Equazione dei telegrafisti



Una linea di trasmissione può essere considerata come una cascata di infiniti circuiti di lunghezza infinitesima dz , ciascuno costituito da una resistenza in serie a un'induttanza e da un elemento conduttivo in parallelo ad uno capacitivo.

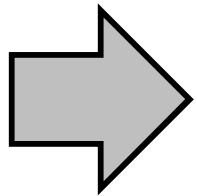


Equazione dei telegrafisti



$$I(z) = I(z + dz) + (Gdz + j\omega Cdz)V(z + dz)$$

$$V(z) = V(z + dz) + (Rdz + j\omega Ldz)I(z)$$



$$\lim_{dz \rightarrow 0} \frac{I(z + dz) - I(z)}{dz} = \lim_{dz \rightarrow 0} [-(G + j\omega C)V(z + dz)]$$

$$\lim_{dz \rightarrow 0} \frac{V(z + dz) - V(z)}{dz} = \lim_{dz \rightarrow 0} [-(R + j\omega L)I(z)]$$

Equazione dei telegrafisti

$$\frac{d\mathbf{I}(z)}{dz} = -(G + j\omega C)\mathbf{V}(z)$$

$$\frac{d\mathbf{V}(z)}{dz} = -(R + j\omega L)\mathbf{I}(z)$$

Queste due equazioni sono dette **equazioni dei telegrafisti**.
Esse mostrano come la tensione e la corrente lungo una linea possa cambiare a causa delle sue non idealità

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$\frac{d\mathbf{V}(z)}{dz} = -(R + j\omega L)\mathbf{I}(z) \qquad \frac{d\mathbf{I}(z)}{dz} = -(G + j\omega C)\mathbf{V}(z)$$

Derivando la prima equazione rispetto a z e sostituendo si ottiene:

$$\frac{d^2\mathbf{V}(z)}{dz^2} = -(R + j\omega L)\frac{d\mathbf{I}(z)}{dz} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)\mathbf{V}(z)$$

Introducendo la quantità complessa

$$k^2 = (\beta - j\alpha)^2 = -(R + j\omega L)(G + j\omega C)$$

si può scrivere:

$$\frac{d^2\mathbf{V}(z)}{dz^2} + k^2\mathbf{V}(z) = 0$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

La soluzione dell'equazione

$$\frac{d^2 \mathbf{V}(z)}{dz^2} + (\beta - j\alpha)^2 \mathbf{V}(z) = 0$$

è del tipo

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(z) &= \mathbf{V}_0^+ e^{-j(\beta - j\alpha)z} + \mathbf{V}_0^- e^{j(\beta - j\alpha)z} \\ &= \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha + j\beta)z} \end{aligned}$$

Dove \mathbf{V}_0^+ e \mathbf{V}_0^- sono costanti arbitrarie che, come vedremo, si possono calcolare una volta che siano note le caratteristiche del carico e del generatore collegati alla linea.

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$\mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z} \quad \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha+j\beta)z}$$

Quale fenomeno fisico descrivono queste funzioni fasoriali?

Passando al dominio del tempo si ha:

$$v^+(t) = |\mathbf{V}_0^+| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \arg \mathbf{V}_0^+)$$

$$v^-(t) = |\mathbf{V}_0^-| e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \arg \mathbf{V}_0^-)$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$v^+(t) = |V_0^+| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \arg V_0^+)$$

$$v^-(t) = |V_0^-| e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \arg V_0^-)$$

Sono funzioni periodiche di **periodo $T=2\pi/\omega$ rispetto al tempo**, ma sono anche periodiche di **periodo $\lambda=2\pi/\beta$ rispetto alla variabile spaziale z** .

Pertanto si può scrivere:

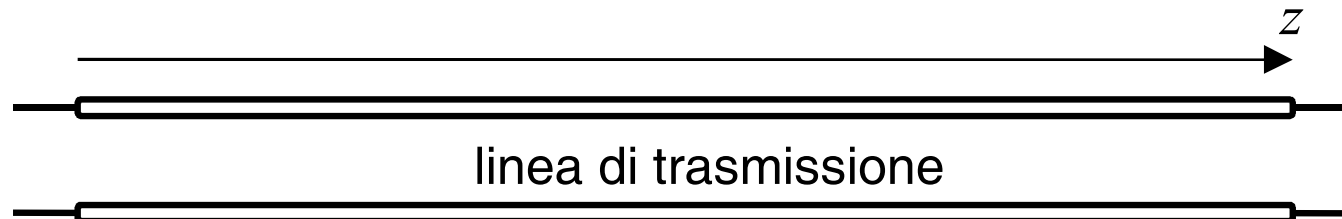
$$v^+(t) = |V_0^+| e^{-\alpha z} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^+\right)$$

$$v^-(t) = |V_0^-| e^{\alpha z} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^-\right)$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$v^+(t) = |V_0^+| e^{-\alpha z} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^+\right)$$

Plot animato



Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$v^+(t) = |V_0^+| e^{-\alpha z} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^+\right)$$

La funzione $v^+(t)$ è quindi un'onda che si propaga lungo la linea nel verso positivo dell'asse z e che si attenua esponenzialmente.

Le costanti che appaiono nell'espressione di $v^+(t)$ prendono i seguenti nomi:

α = costante di attenuazione [1/m]

β = costante di fase [rad/m]

λ = lunghezza d'onda [m]

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$v^+(t) = |V_0^+| e^{-\alpha z} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^+\right)$$

Con quale velocità si muovono le creste dell'onda?

Se un osservatore è nell'origine ($z=0$) all'istante $t=0$ e si muove nella direzione z con velocità $v=z/t$, esso avrà la stessa velocità dell'onda se per lui l'argomento della funzione coseno rimane costante:

$$2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^+ = \text{costante} \quad (\forall z, \forall t)$$

$$2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{vt}{\lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{2\pi}{\beta} f = \frac{\omega}{\beta}$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$v^-(t) = |V_0^-| e^{\alpha z} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^-\right)$$

Plot animato

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

$$v^-(t) = |V_0^-| e^{\alpha z} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \frac{z}{\lambda} + \arg V_0^-\right)$$

La funzione $v^-(t)$ è quindi un'onda che si propaga lungo la linea nel verso negativo dell'asse z e che si attenua esponenzialmente.

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

Solitamente l'attenuazione lungo la linea è abbastanza piccola rispetto alla costante di fase ($\alpha \ll \beta$) e si può quindi scrivere:

$$k^2 = (\beta - j\alpha)^2 = \beta^2 - j2\alpha\beta - \alpha^2 \approx \beta^2 - j2\alpha\beta$$

Ricordando che:

$$k^2 = -(R + j\omega L)(G + j\omega C) = -RG + \omega^2 LC - j\omega(RC + GL)$$

si ottiene:

$$\begin{cases} \beta^2 = \omega^2 LC - RG \\ 2\alpha\beta = \omega(RC + GL) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \beta = \sqrt{\omega^2 LC - RG} \\ \alpha = \frac{\omega(RC + GL)}{2\sqrt{\omega^2 LC - RG}} \end{cases}$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

Normalmente, anche a frequenze relativamente basse, è ben verificata l'**ipotesi** $R \ll \omega L$ e $G \ll \omega C$.

Ad esempio, valori tipici per una linea possono essere $R = 0.02 \text{ } \Omega/\text{m}$, $G = 0.01 \text{ mS/m}$, $C = 0.1 \text{ nF/m}$ e $L = 0.25 \text{ } \mu\text{H/m}$. Assumendo $\omega = 1 \text{ Mrad/s}$ si ha $R \approx \omega L/10$ e $G \approx \omega C/10$.

Si può quindi scrivere:

$$\beta = \sqrt{\omega^2 LC - RG} \approx \omega \sqrt{LC}$$

$$\alpha = \frac{\omega(RC + GL)}{2\sqrt{\omega^2 LC - RG}} \approx \frac{RC + GL}{2\sqrt{LC}}$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

Sostituendo l'espressione

$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha+j\beta)z}$$

nell'equazione

$$\frac{d\mathbf{V}(z)}{dz} = -(R + j\omega L)\mathbf{I}(z)$$

si ottiene

$$\begin{aligned}\mathbf{I}(z) &= \frac{\alpha + j\beta}{R + j\omega L} \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z} - \frac{\alpha + j\beta}{R + j\omega L} \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha+j\beta)z} \\ &= \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha+j\beta)z} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{(\alpha+j\beta)z}\end{aligned}$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

La quantità

$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\alpha + j\beta} = \frac{R + j\omega L}{\frac{RC + GL}{2\sqrt{LC}} + j\omega\sqrt{LC}}$$

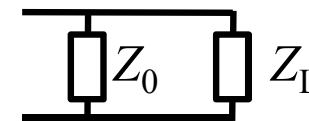
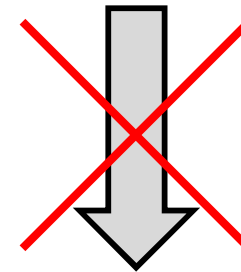
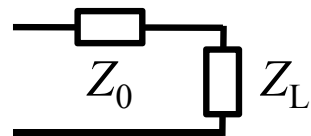
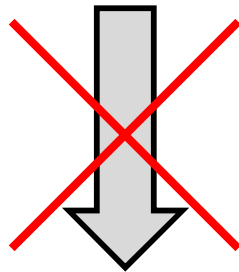
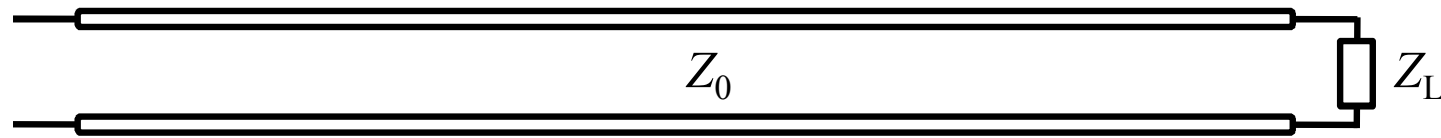
è detta **impedenza caratteristica** della linea di trasmissione.

Nell'ipotesi $R \ll \omega L$ e $G \ll \omega C$ si ha

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

Cosa non è l'impedenza caratteristica?



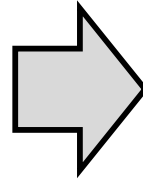
L'impedenza caratteristica non è un carico equivalente che può essere sostituito all'interno del circuito al posto della linea!

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

Riassumendo:

$$\frac{d\mathbf{I}(z)}{dz} = -(G + j\omega C)\mathbf{V}(z)$$

$$\frac{d\mathbf{V}(z)}{dz} = -(R + j\omega L)\mathbf{I}(z)$$



$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha + j\beta)z}$$

$$\mathbf{I}(z) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha + j\beta)z} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{(\alpha + j\beta)z}$$

dove:

$$\beta \approx \omega\sqrt{LC}$$

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\alpha \approx \frac{RC + GL}{2\sqrt{LC}} = \frac{R/Z_0 + GZ_0}{2}$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

L'andamento generale di tensioni e correnti sulla linea è quindi:

$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha+j\beta)z}$$
$$\mathbf{I}(z) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha+j\beta)z} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{(\alpha+j\beta)z}$$

che nel dominio del tempo risulta:

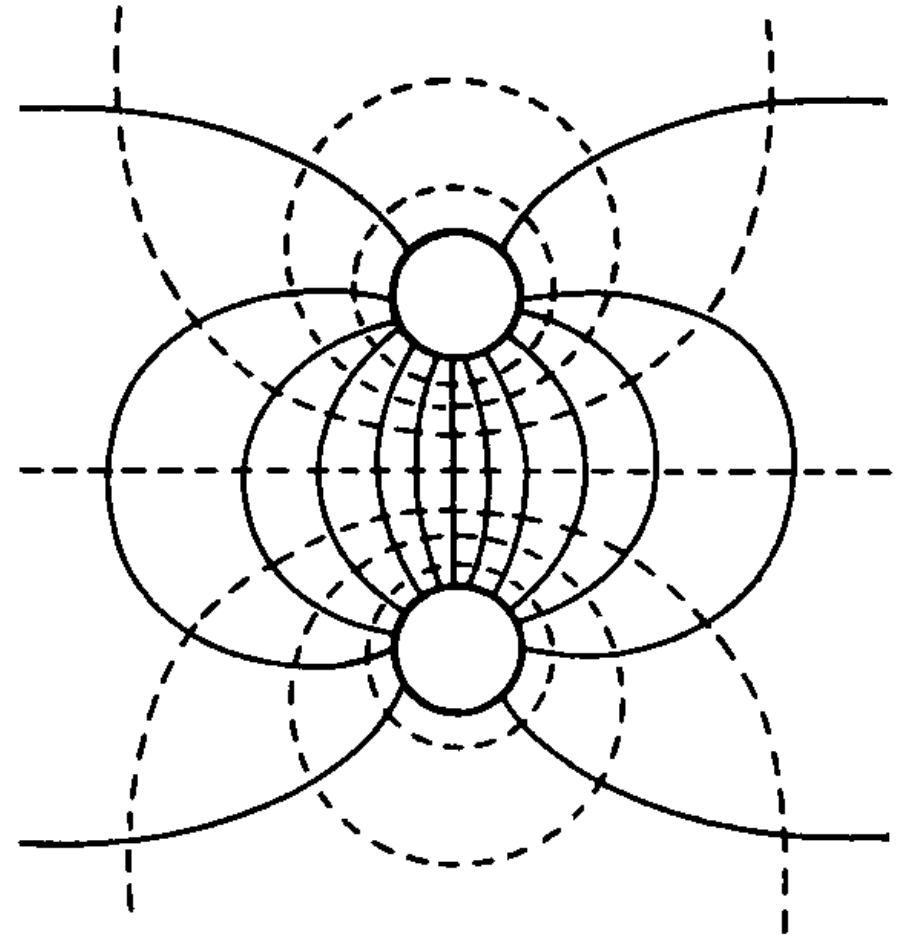
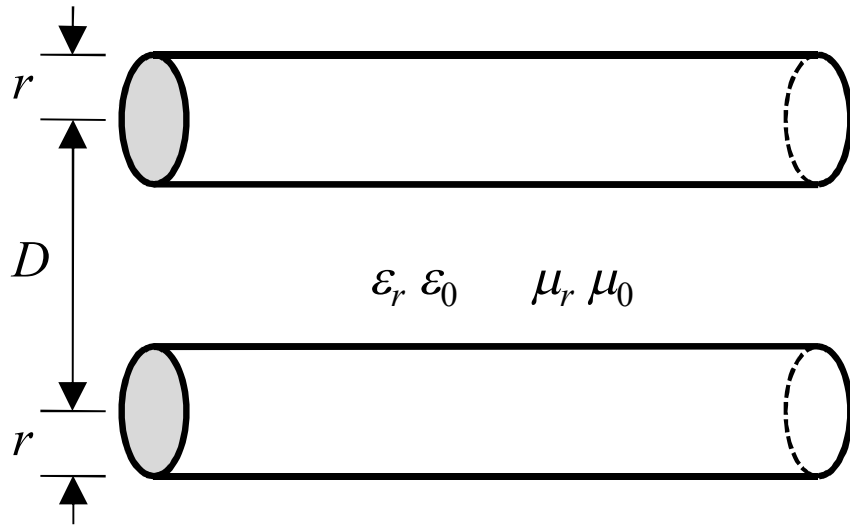
$$v(t) = |\mathbf{V}_0^+| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \arg \mathbf{V}_0^+) + |\mathbf{V}_0^-| e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \arg \mathbf{V}_0^-)$$
$$i(t) = \left| \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} \right| e^{-\alpha z} \cos\left(\omega t - \beta z + \arg \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0}\right) - \left| \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} \right| e^{\alpha z} \cos\left(\omega t + \beta z + \arg \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0}\right)$$

Soluzione dell'equazione dei telegrafisti

Graficamente l'andamento di tensioni e correnti sulla linea risulta:

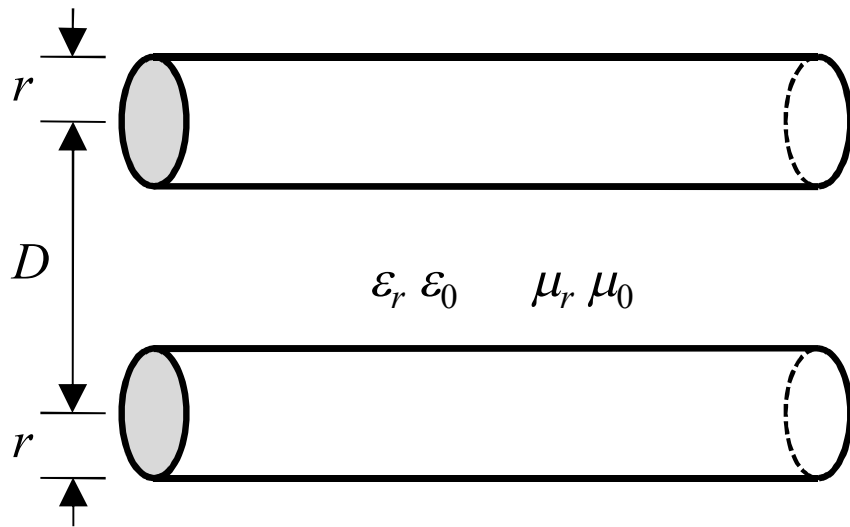
Plot animato

Tipi di linee: linea bifilare



— campo elettrico
- - - campo magnetico

Tipi di linee: linea bifilare



$$C = \pi \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1}{\ln \frac{D}{r}}$$

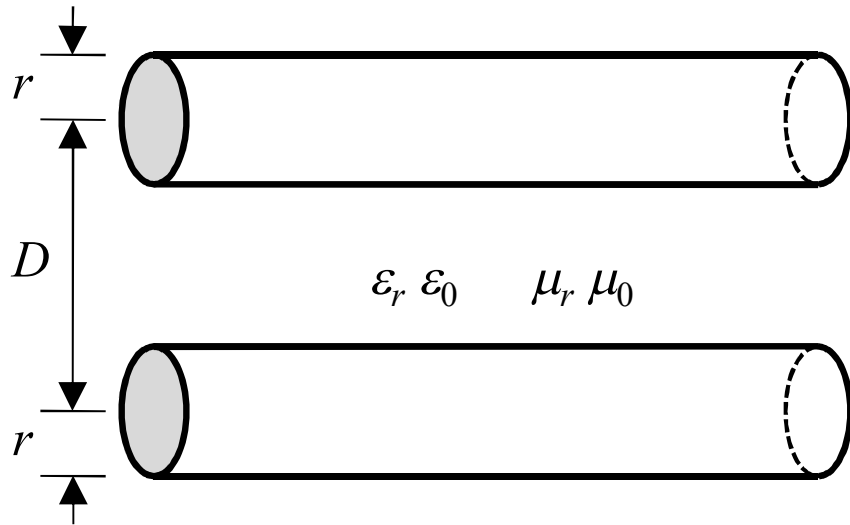
$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{\pi} \ln \frac{D}{r}$$

Per ω sufficientemente grande ($R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$):

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \ln \frac{D}{r} = \frac{\eta_0}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \ln \frac{D}{r}$$

dove $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi \Omega = 377 \Omega$

Tipi di linee: linea bifilare



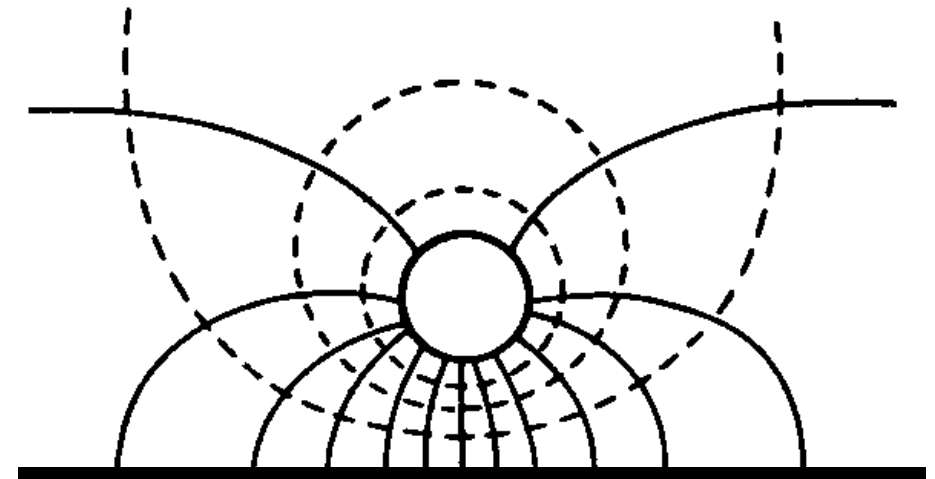
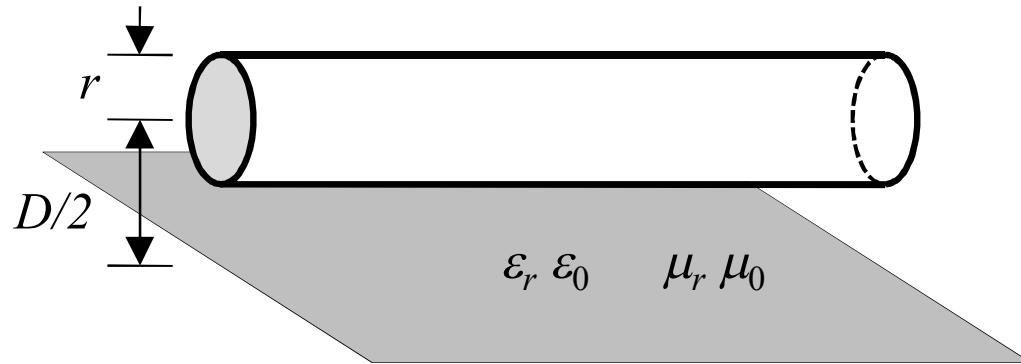
$$C = \pi \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1}{\ln \frac{D}{r}}$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{\pi} \ln \frac{D}{r}$$

Solitamente si ha $\mu_r = 1$:

$$Z_0 = \frac{\eta_0}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \ln \frac{D}{r} = \frac{\eta_0}{\pi \sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{D}{r}$$

Tipi di linee: filo su piano di massa

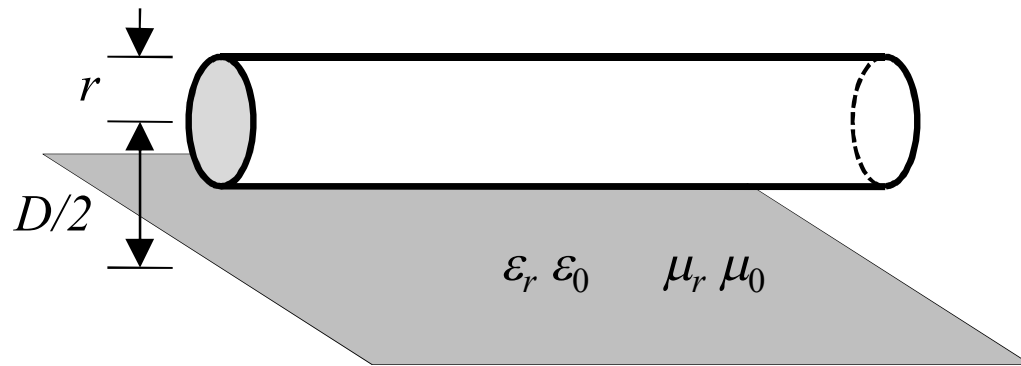


— campo elettrico
- - - campo magnetico



piano di massa

Tipi di linee: filo su piano di massa



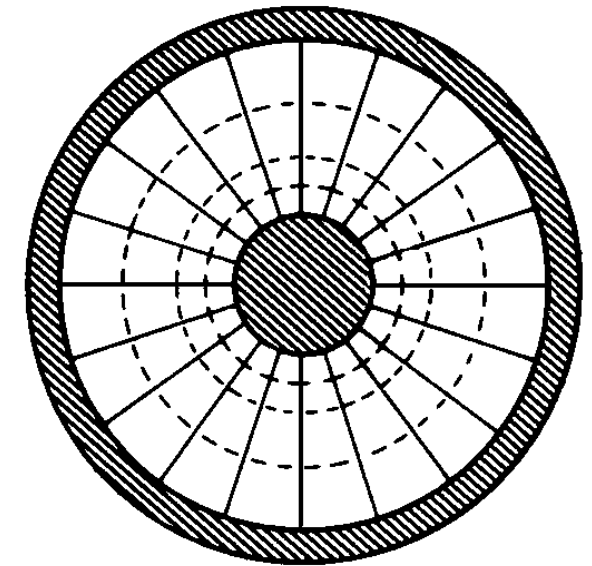
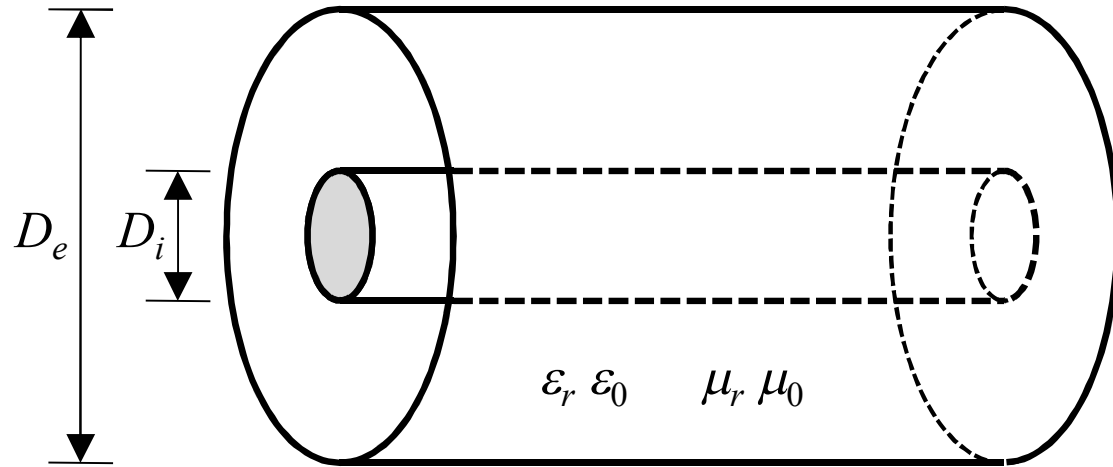
$$C = \pi \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1}{\ln \frac{D}{r}}$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{\pi} \ln \frac{D}{r}$$

Per ω sufficientemente grande ($R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$), e assumendo $\mu_r = 1$ si ha:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\eta_0}{\pi \sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{D}{r}$$

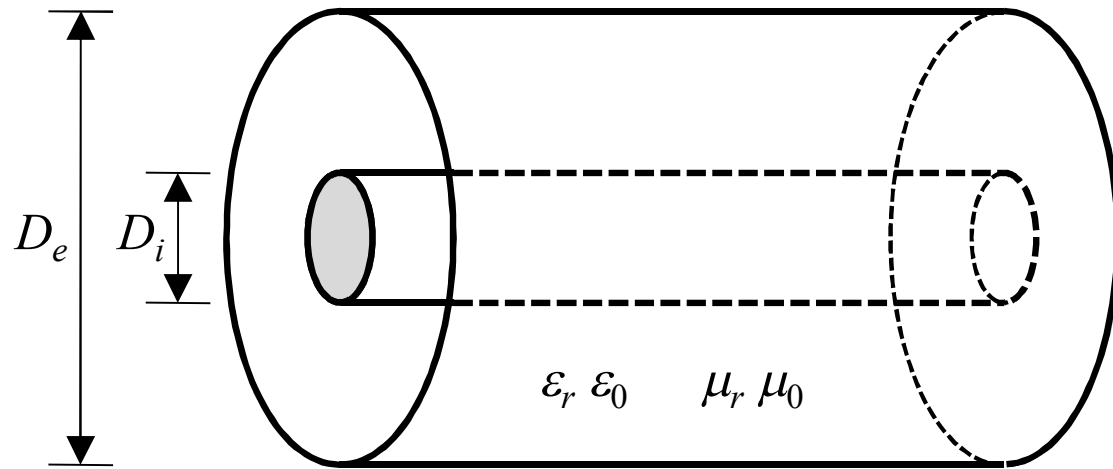
Tipi di linee: cavo coassiale



— campo elettrico
- - - campo magnetico



Tipi di linee: cavo coassiale



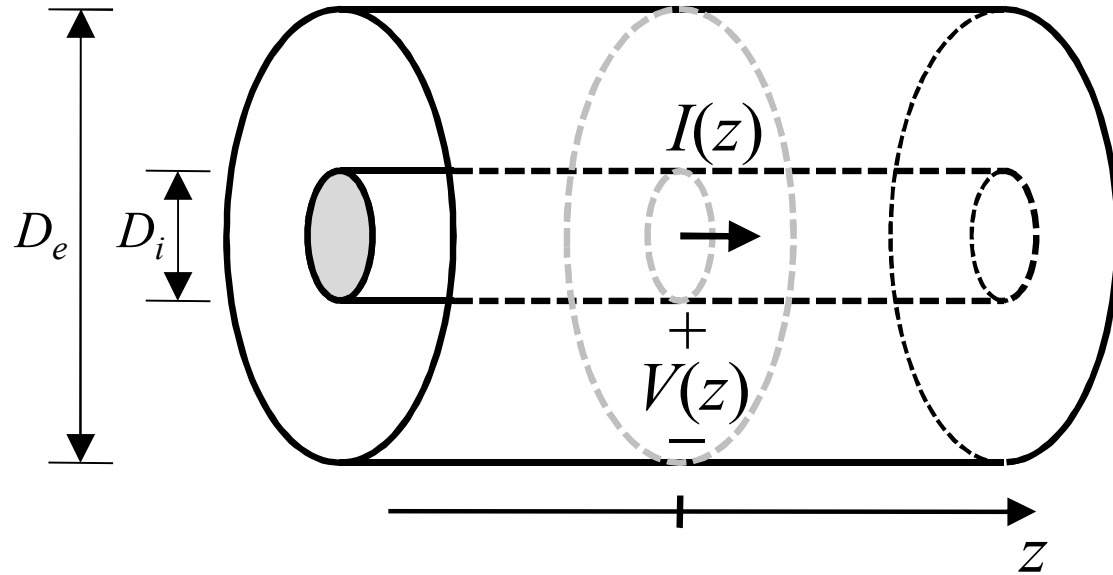
$$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{1}{\ln \frac{D_e}{D_i}}$$

$$L = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi} \ln \frac{D_e}{D_i}$$

Per ω sufficientemente grande ($R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$), e assumendo $\mu_r = 1$ si ha:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\eta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{D_e}{D_i}$$

Tipi di linee: cavo coassiale



$$\mathbf{E}(R, z) = \mathbf{u}_R \frac{V(z)}{R \ln(D_e / D_i)}$$

$$\mathbf{H}(R, z) = \mathbf{u}_\phi \frac{I(z)}{2\pi R}$$

Tipi di linee: cavo coassiale

Attenuazione

$$\alpha_{\text{conductors}} = \alpha_c = \frac{11.39}{Z} * \sqrt{f} * \left| \frac{\sqrt{\rho_{rd}}}{d} + \frac{\sqrt{\rho_{rD}}}{D} \right| \frac{\text{dB}}{\text{m}}$$

$$\alpha_{\text{dielectric}} = \alpha_{\text{diel}} = 90.96 * f * \sqrt{\epsilon_r} * \tan(\delta) \frac{\text{dB}}{\text{m}}$$

d = outside diameter of inner conductor in mm

D = inside diameter of outer conductor in mm

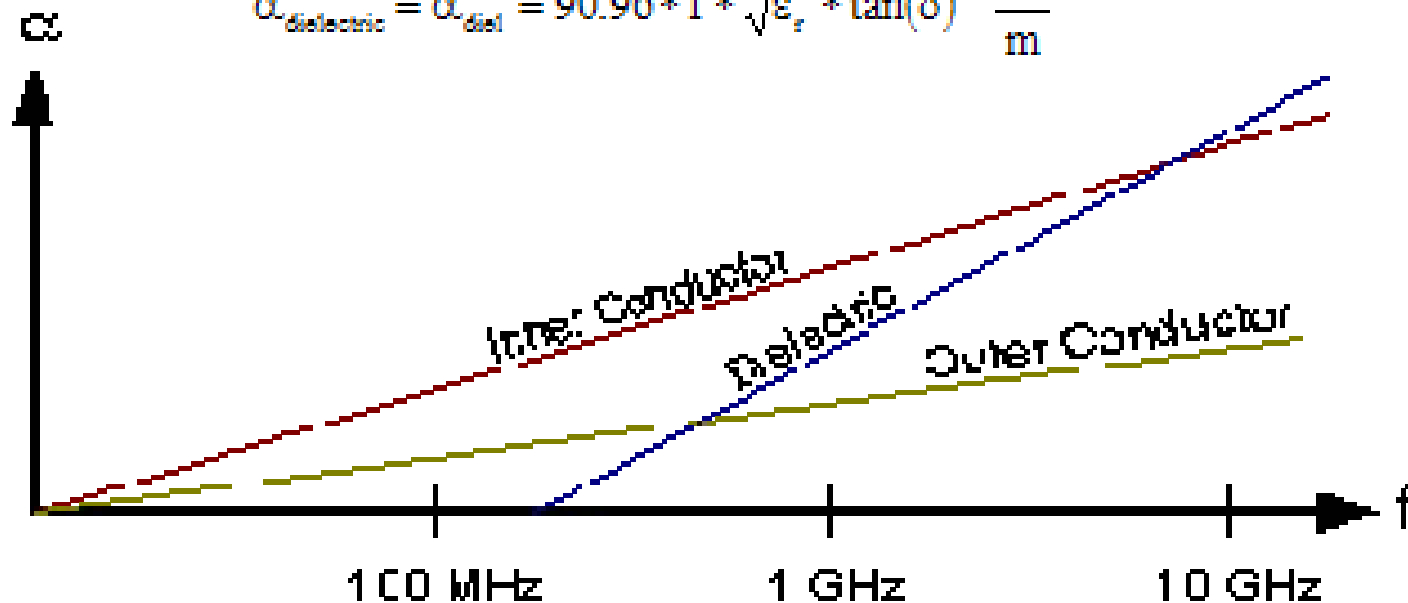
ϵ_r = relative dielectric constant

f = frequency in GHz

ρ_{rd} = inner conductor material resistivity relative to copper

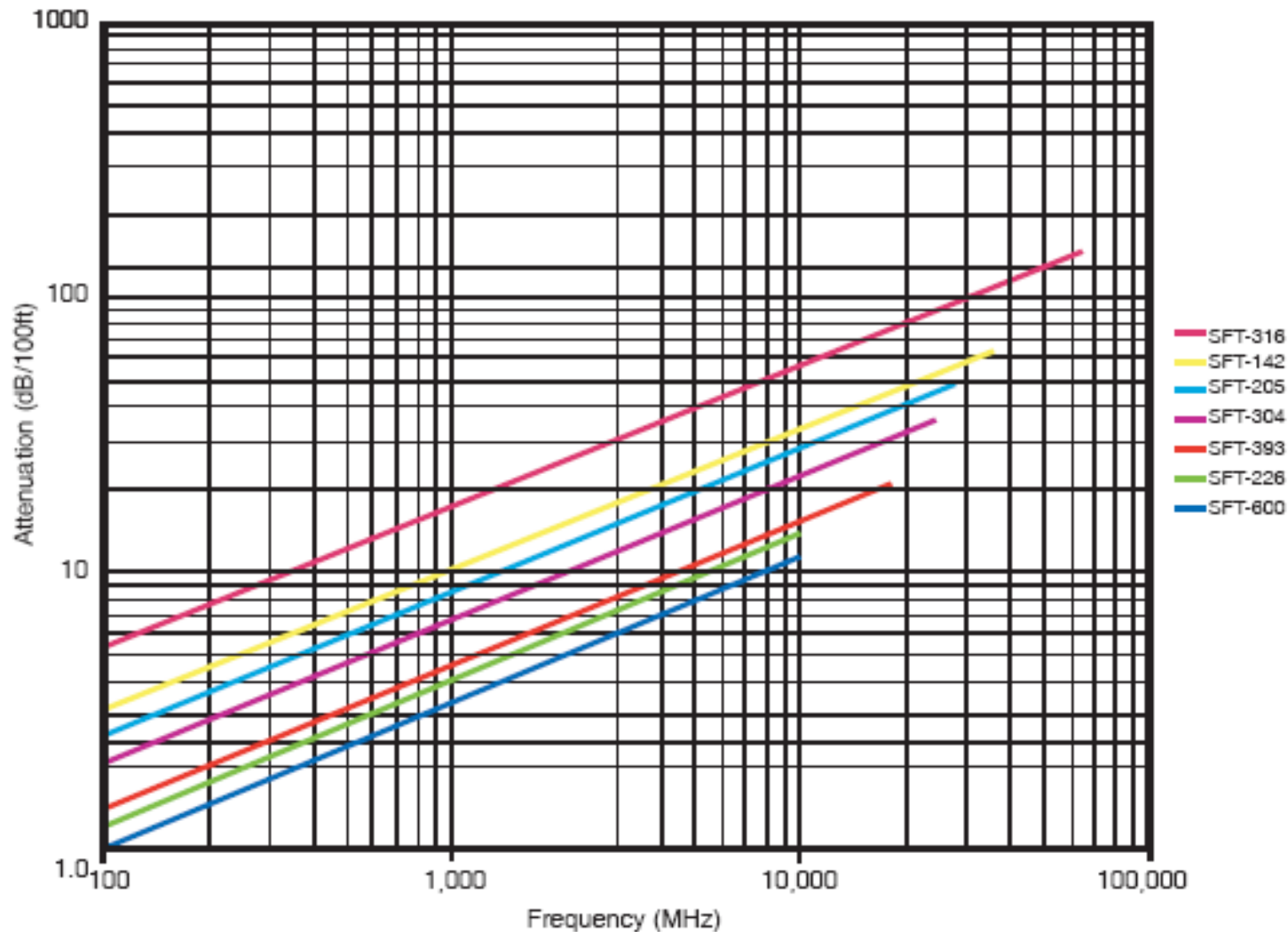
ρ_{rD} = outer conductor material resistivity relative to copper

δ = loss angle



Tipi di linee: cavo coassiale

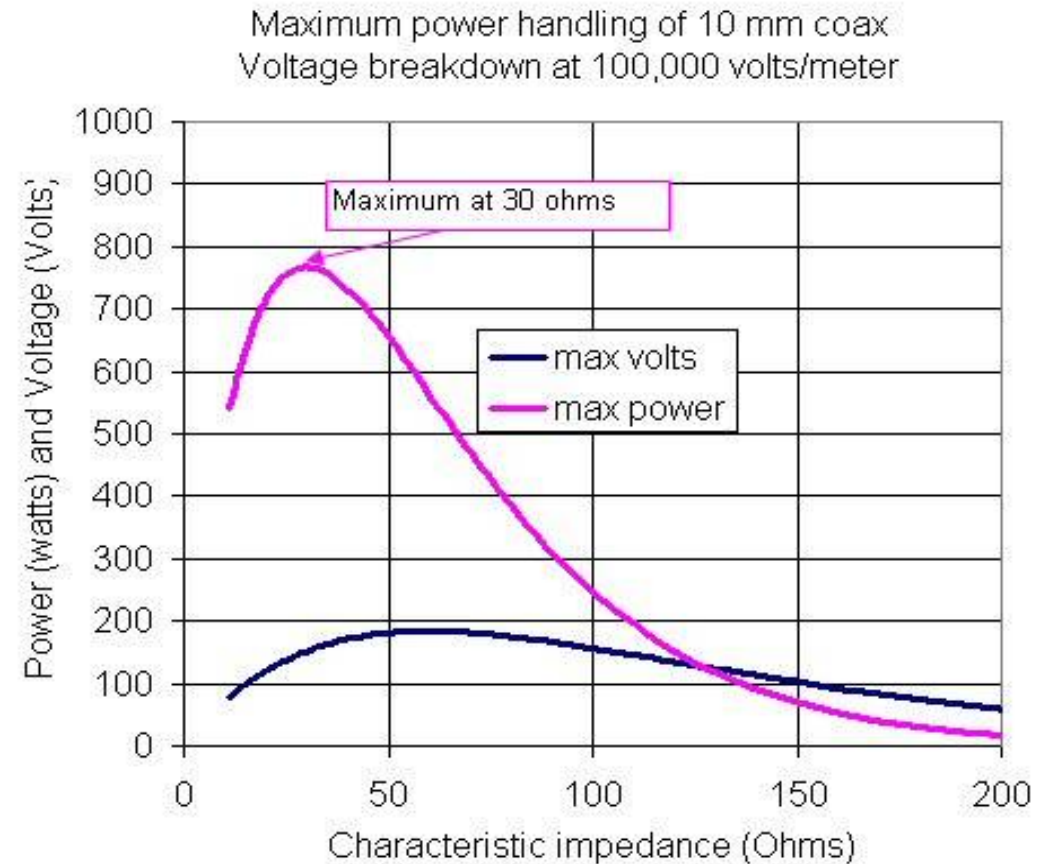
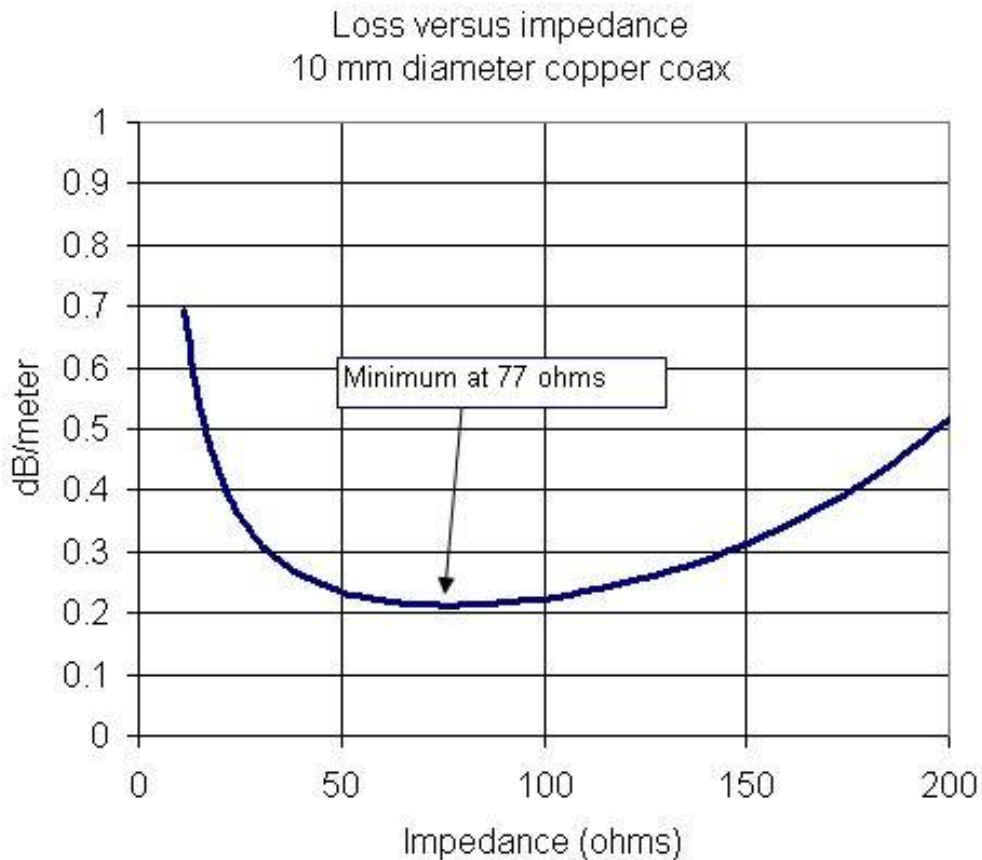
Attenuazione: esempio pratico



Tipi di linee: cavo coassiale

Perché 50Ω di impedenza caratteristica?

Standardizzato intorno al 1930, rappresenta un buon **compromesso tra perdite e potenza massima trasmissibile** (per cavo in aria): è una via di mezzo tra la media aritmetica (53.3 Ω) e quella geometrica (48 Ω) tra 30 Ω (massima potenza) e 77 Ω (perdite minime)



Cavo in aria, diametro conduttore esterno 10 mm, $f = 10$ GHz.

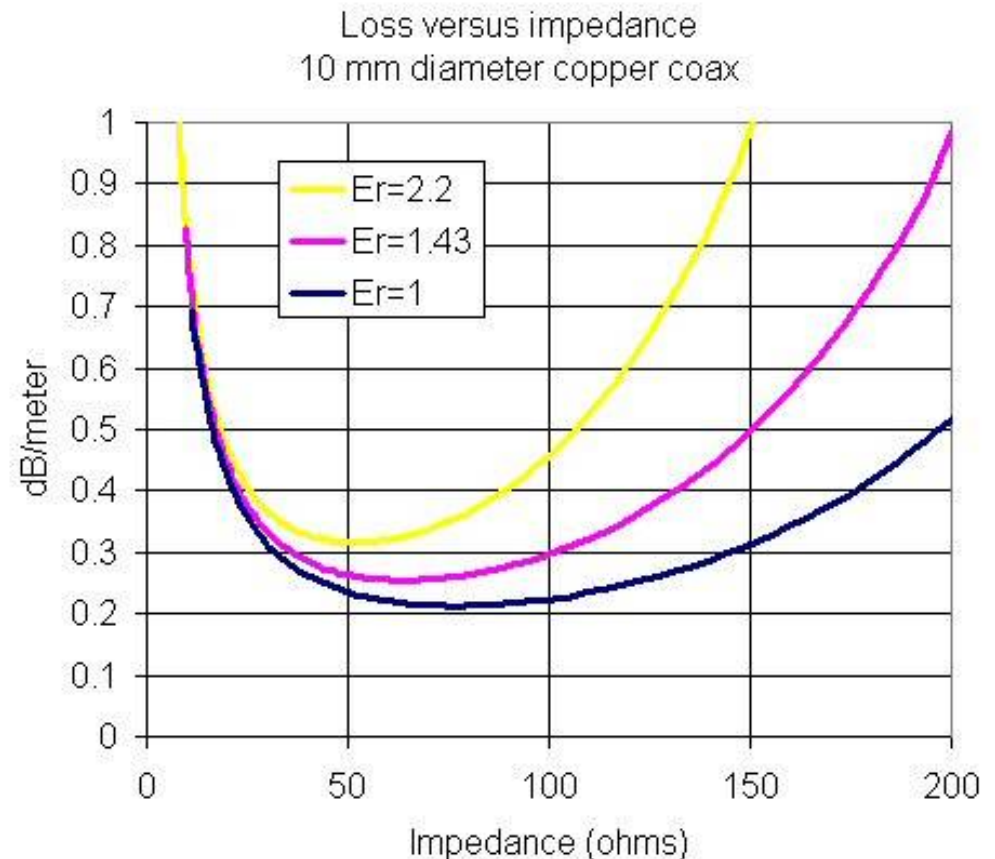
Tipi di linee: cavo coassiale

Perché 75Ω di impedenza caratteristica?

Per uso commerciale (bassa potenza), l'impedenza caratteristica standard è tipicamente 75 Ω. Sembrerebbe naturale poiché abbiamo visto che un'impedenza di 77 Ω minimizza le perdite. Ma non è così! Se il cavo non è in aria, il valore di Z_0 che minimizza le perdite cambia con ϵ_r e, nel caso tipico di $\epsilon_r \cong 1.5$, il valore ottimo sarebbe intorno ai 60 Ω.

Allora perché 75 Ω?

Il conduttore centrale di cavi a basso costo è spesso realizzato in acciaio e ricoperto in rame. Poiché impedenze caratteristiche basse richiedono conduttori interni di sezione maggiore, la scelta dei 75 Ω è probabilmente stata un buon compromesso fra basse perdite e flessibilità del cavo.



Tipi di linee: cavo coassiale

Come scegliere?

I parametri da considerare sono molteplici:

Electrical	Mechanical	Environmental
Frequency Range	Length	Operating temp range
Attenuation (loss)	Flexibility (bend moment)	Operating altitude
Return loss (VSWR)	Flex Life	Moisture resistance
Passive IM	Bend radius	UV resistance
Shielding (isolation)	Outer Jacket or armor	
RF Stability (with temp or flex)	Connector series	
Phase length	Attachment method	
Power handling	Mating life cycle	
Impedance		

Tipi di linee: cavo coassiale

Esempio di struttura reale

TIMES FIBER COMMUNICATIONS, INC.*
1-800-677-2288

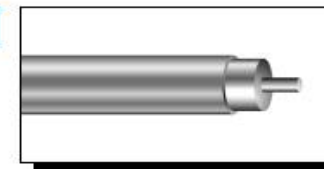


SEMIFLEX CABLE SERIES

T10-TX10

UNJACKETED

Application: Recommended for aerial installations in a non-corrosive environment, unjacketed semiflex cable features bonding of the center conductor to the dielectric and dielectric to the outer conductor. This bonding prevents moisture ingress and facilitates connectorization since it leaves no harmful residue.



JACKETED

Application: For aerial applications in urban and coastal environments, Jacketed semiflex cable is recommended where highly corrosive conditions may exist. This cable features a triple bonding of the center conductor to the dielectric, dielectric to the outer conductor and outer conductor to the jacket and is designed to withstand more abrasion and mechanical abuse than an unjacketed version. With an extra thick jacket, this cable will withstand more abrasion and mechanical abuse than the standard jacketed burial cable.



MESSENGERED

Application: Messengered semiflex cable is recommended for aerial feeder installations where strand installation is not practical. T10412 and T10500 semiflex cable is designed with a strong, integral, galvanized solid steel wire which supports the cable in aerial installations. TX10625 and TX10565 semiflex cable features a jacketed galvanized stranded steel wire which also acts as a support, relieving the cable from undue tension. Resting ladders on messengered cable is not recommended.



JACKETED BURIAL

Application: Jacketed Burial semiflex cable is recommended for underground applications in conduit or direct burial installations. This version features a cold flowing, self-healing flooding compound for underground applications, providing an additional layer of corrosion protection. For aerial applications, non-dripping flooding compound is used which also serves as an additional layer of corrosion protection.



ARMORED

Application: Where cable is exposed to extensive mechanical abuse and rodent attack, armored semiflex cable is recommended. Used for direct burial applications, Armored semiflex cable features a flooded steel tape and jacket which are layered over the standard flooded jacketed cable to increase mechanical strength.



Tipi di linee: cavo coassiale

Esempio di struttura reale

TIMES FIBER COMMUNICATIONS, INC.*
1-800-677-2288



SEMIFLEX CABLE SERIES

T10-TX10

DETAILS OF CONSTRUCTION AND MATERIAL

CENTER CONDUCTOR

Copper-clad aluminum or solid copper

CONDUCTOR COATING

Proprietary polymer adhesive coating to provide moisture blocking, bonding the dielectric and enhancing foam structure stability.

DIELECTRIC

Foamed polyethylene produced by gas injection in combination with proprietary nucleating agents and enhanced dimensional uniformity to meet 1 GHz requirements. Federal specifications LP-390 and ASTM D-1248 are applicable to the polyethylene prior to the foaming.

FLOODING COMPOUNDS

• SELF-HEALING

Cold flowing, low molecular weight flooding compound for self-healing of jacket damage. Intended for underground installations.

• NON-FLOWING

Intended for aerial applications, non-dripping flooding compound.

DIELECTRIC ADHESIVE COATING

Proprietary polymer adhesive coating to bond core to outer conductor for improved handling and strength characteristics in cold weather.

OUTER CONDUCTOR

Seamless high purity electrical grade aluminum tube. (ASTM B-221).

JACKET ADHESIVE

Proprietary non-residue polymer adhesive (Not used on cables with flooding compounds).

ARMOR

A 0.010 inch thick steel tape per SAE/AISI 1010 for steel.

JACKET*

Abrasion resistant, low coefficient of friction medium density black polyethylene (Federal Specification LP-390 and ASTM D-1248 jacketing material).

* Sequential footage marking on outer jacket available upon request. Standard on underground, flooded cables.

Extra thick jacket is also available.



Tipi di linee: cavo coassiale

Esempio di struttura reale

TIMES FIBER COMMUNICATIONS, INC.*
1-800-677-2288



412 SERIES SEMIFLEX CABLE

T10

PHYSICAL SPECIFICATIONS

NOMINAL DIMENSIONS	UNJACKETED*		JACKETED		EXTRA THICK JACKET		MESSENGERED		JACKETED BURIAL		EXTRA THICK JACKETED BURIAL		ARMORED	
	inches	(mm)	inches	(mm)	inches	(mm)	inches	(mm)	inches	(mm)	inches	(mm)	inches	(mm)
Conductor	0.088	(2.24)	0.088	(2.24)	0.088	(2.24)	0.088	(2.24)	0.088	(2.24)	0.088	(2.24)	0.088	(2.24)
Dielectric	0.362	(9.19)	0.362	(9.19)	0.362	(9.19)	0.362	(9.19)	0.362	(9.19)	0.362	(9.19)	0.362	(9.19)
Outer Conductor Thickness	0.025	(0.64)	0.025	(0.64)	0.025	(0.64)	0.025	(0.64)	0.025	(0.64)	0.025	(0.64)	0.025	(0.64)
Outer Conductor Diameter	0.412	(10.5)	0.412	(10.5)	0.412	(10.5)	0.412	(10.5)	0.412	(10.5)	0.412	(10.5)	0.412	(10.5)
First Jacket	—	—	0.470	(11.9)	0.542	(13.8)	0.480	(12.2)	0.480	(12.2)	0.552	(14.0)	0.480	(12.2)
Messenger	—	—	—	—	—	—	0.109	(2.77)	—	—	—	—	—	—
Ambor	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.500	(12.7)
Second Jacket	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.600	(15.2)
Nominal Weight (lb/1000 ft) (kg/km)	58	(86)	75	(112)	98	(146)	126	(188)	78	(116)	102	(152)	159	(237)
Nominal Weight (per reel) lb (kg)	252	(114)	301	(137)	372	(169)	479	(217)	310	(141)	382	(173)	577	(262)
Nominal Length (per reel) feet (m)	3000	(914)	3000	(914)	3000	(914)	3000	(914)	3000	(914)	3000	(914)	3000	(914)
Maximum Pull Force lbf (N)	250	(1112)	250	(1112)	250	(1112)	900	(4003)	250	(1112)	250	(1112)	250	(1112)
Minimum Bend Radius in (mm)	3.0	(76)	2.5	(64)	2.5	(64)	3.0	(76)	3.0	(76)	3.0	(76)	8.4	(213)
Messenger Break Strength lbf (N)	—	—	—	—	—	—	1800	(8007)	—	—	—	—	—	—
Reel Size (inches) (Flange x Width) ¹	36 x 22		36 x 22		36 x 22		42 x 22		36 x 22		36 x 22		42 x 22	
Reel Size (centimeters) (Flange x Width) ¹	91 x 56		91 x 56		91 x 56		107 x 56		91 x 56		91 x 56		107 x 56	

* All T10 Unjacketed Cable is available rated per NEC Article 820 - CATV

¹ Width = outside flange to outside flange

ELECTRICAL SPECIFICATIONS

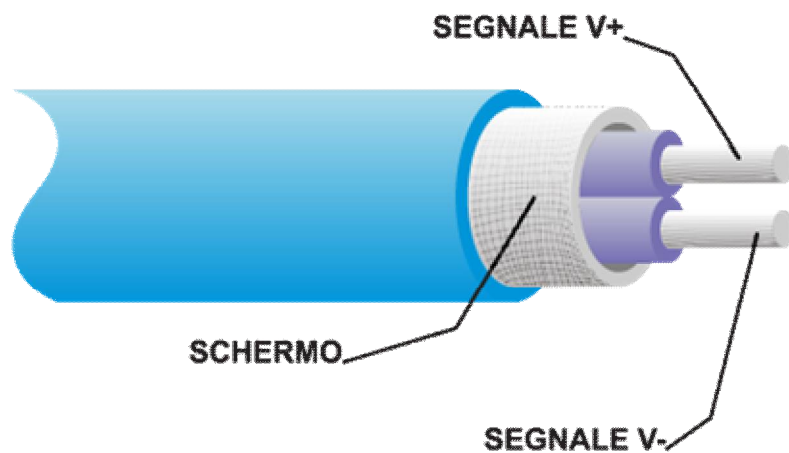
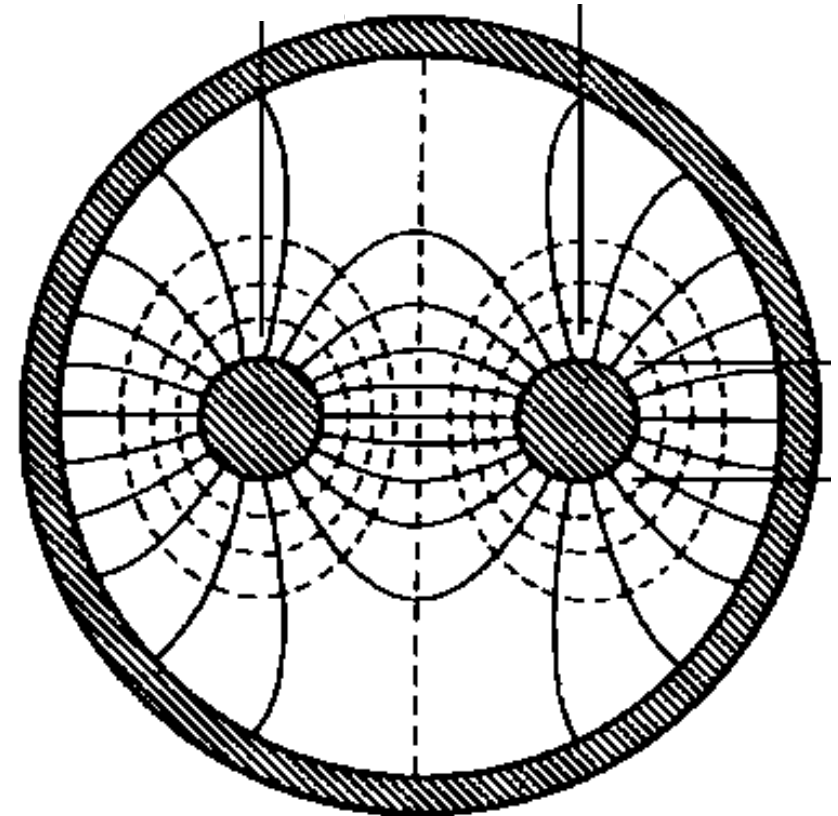
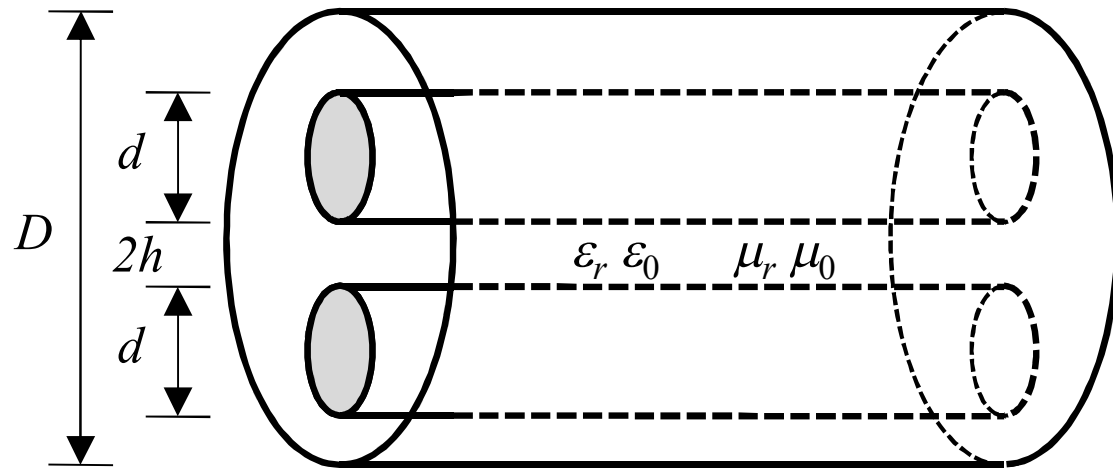
Nominal DC Resistance @ 68°F (20°C)	Ohms per 1000	
Copper-Clad Aluminum Center Conductor	feet	meters
Center Conductor	2.06	6.76
Outer Conductor	0.44	1.44
Loop	2.50	8.20
Nominal Capacitance	15.6 pF/ft (51.2 pF/m)	
Impedance	75 ± 2 Ohms	
Velocity of Propagation	87% nominal	

MAXIMUM ATTENUATION @ 68°F (20°C)

Frequency MHz	dB per 100 feet	dB per 100 meters
5	0.20	0.66
55	0.68	2.24
211	1.35	4.44
250	1.49	4.89
270	1.55	5.09
300	1.64	5.38
330	1.73	5.66
350	1.78	5.84
400	1.91	6.27
450	2.03	6.66
500	2.15	7.05
550	2.26	7.41
600	2.37	7.78
750	2.68	8.79
870	2.90	9.52
1000	3.13	10.27

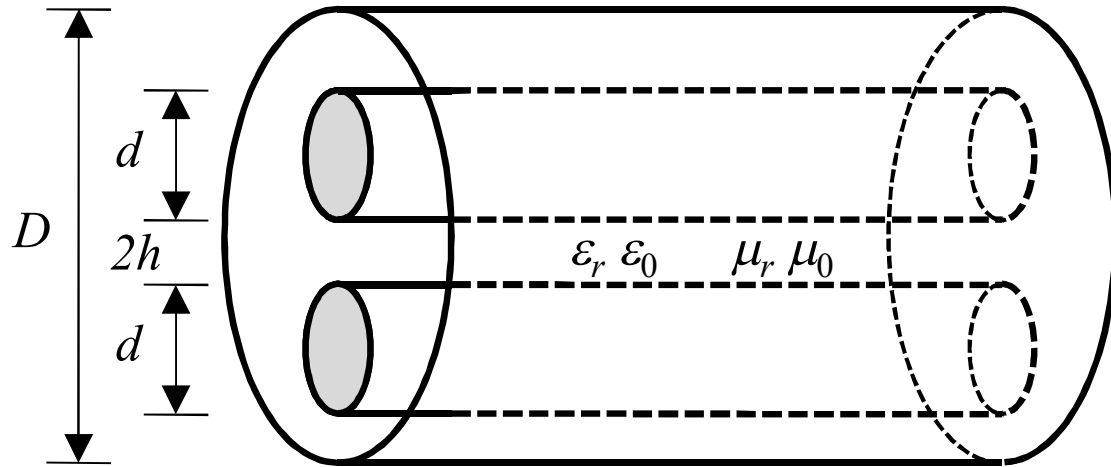
Attenuation increases with increasing temperature and decreases with decreasing temperature at the rate of 0.1% / °F (0.18% / °C)

Tipi di linee: linea bifilare schermata



— campo elettrico
- - - campo magnetico

Tipi di linee: linea bifilare schermata

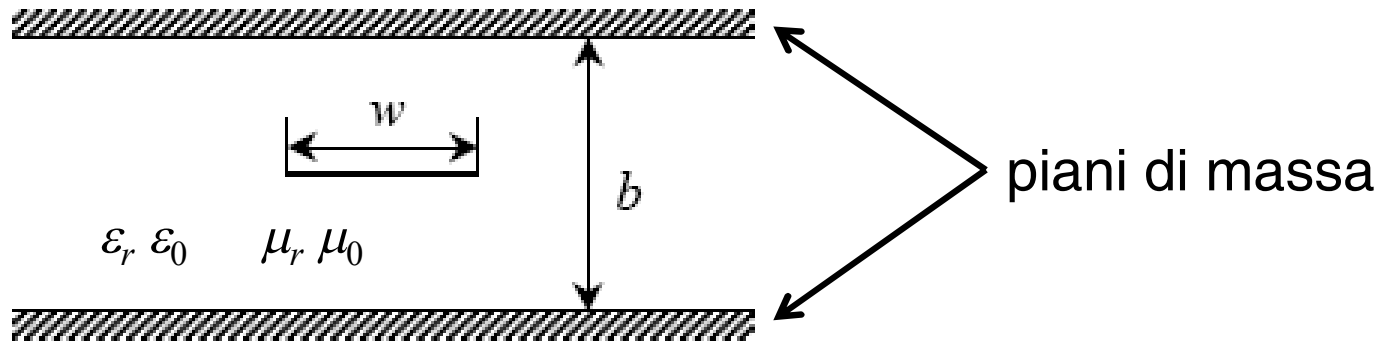


$$C = \pi \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1}{\ln \frac{2h(D^2 - h^2)}{d(D^2 + h^2)}}$$
$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{\pi} \ln \frac{2h(D^2 - h^2)}{d(D^2 + h^2)}$$

Per ω sufficientemente grande ($R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$), e assumendo $\mu_r = 1$ si ha:

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\eta_0}{\pi \sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2h(D^2 - h^2)}{d(D^2 + h^2)}$$

Tipi di linee: linea a striscia (*stripline*)



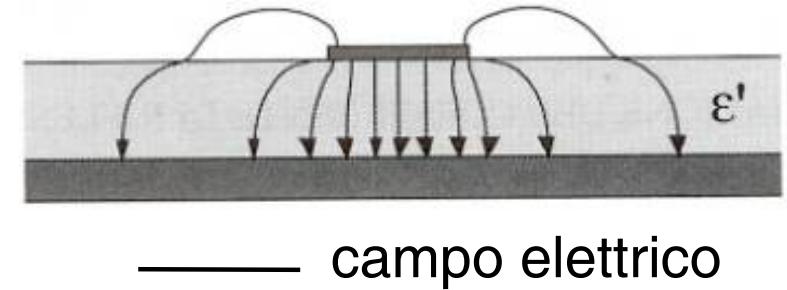
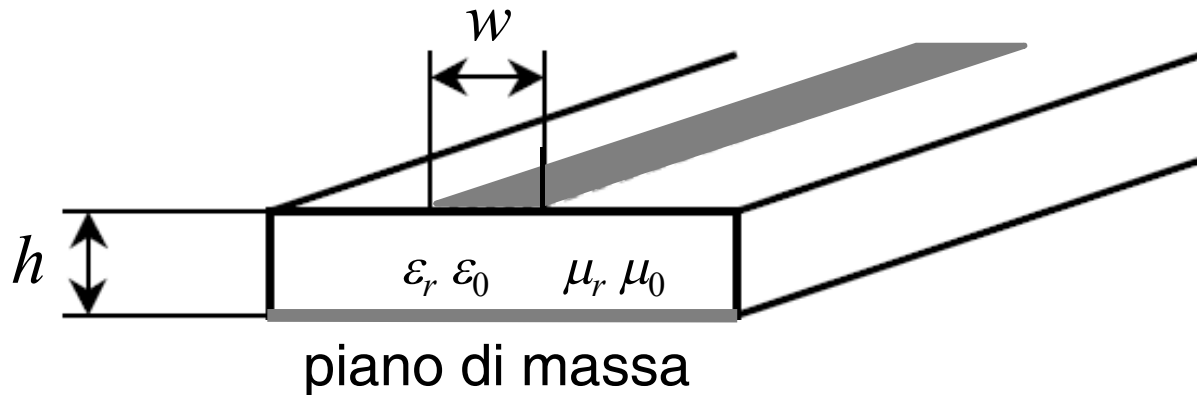
Per ω sufficientemente grande ($R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$), e assumendo $\mu_r = 1$ si ha:

$$Z_0 \approx \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{b}{w_{\text{eff}} + 0.441b}$$

dove

$$\frac{w_{\text{eff}}}{b} = \frac{w}{b} - \begin{cases} 0 & \text{se } w/b > 0.35 \\ \left(0.35 - \frac{w}{b}\right)^2 & \text{se } w/b < 0.35 \end{cases}$$

Tipi di linee: microstriscia

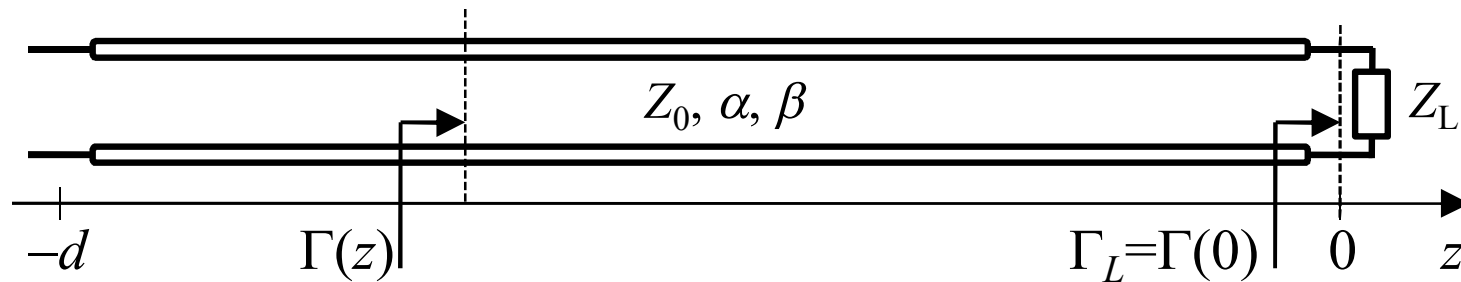


Per ω sufficientemente grande ($R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$), e assumendo $\mu_r = 1$ si ha:

$$Z_0 \approx \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \log \left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right) & \text{se } \frac{w}{h} < 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} \left(\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \log \left(\frac{w}{h} + 1.44 \right) \right)} & \text{se } \frac{w}{h} > 1 \end{cases}$$

dove $\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + 12h/w}} \right)$

Coefficiente di riflessione

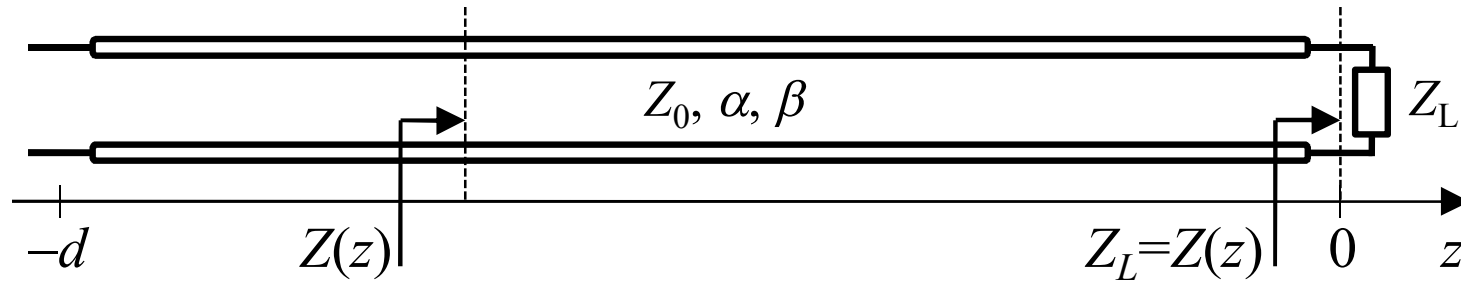


Il **rapporto fra la tensione dell'onda riflessa** (che si propaga nel verso negativo di z) **e la tensione dell'onda incidente** (che si propaga nel verso positivo di z) si definisce coefficiente di riflessione Γ :

$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha + j\beta)z} = \mathbf{V}^+(z) + \mathbf{V}^-(z)$$

$$\Gamma(z) = \frac{\mathbf{V}^-(z)}{\mathbf{V}^+(z)} = \frac{\mathbf{V}_0^- e^{(\alpha + j\beta)z}}{\mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z}} = \frac{\mathbf{V}_0^-}{\mathbf{V}_0^+} e^{2(\alpha + j\beta)z} = \Gamma(0) e^{2(\alpha + j\beta)z}$$

Impedenza d'onda



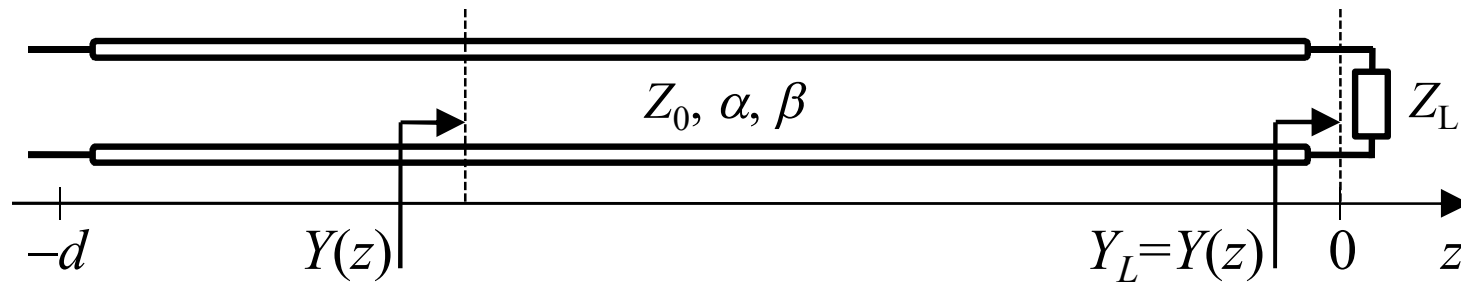
Il rapporto fra la tensione e la corrente in ogni sezione z viene detto impedenza d'onda:

$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha + j\beta)z} \quad \mathbf{I}(z) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha + j\beta)z} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{(\alpha + j\beta)z}$$

$$Z(z) = \frac{\mathbf{V}(z)}{\mathbf{I}(z)} = Z_0 \frac{\mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha + j\beta)z}}{\mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} - \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha + j\beta)z}} = Z_0 \frac{1 + \mathbf{V}_0^- / \mathbf{V}_0^+ e^{2(\alpha + j\beta)z}}{1 - \mathbf{V}_0^- / \mathbf{V}_0^+ e^{2(\alpha + j\beta)z}}$$

$$= Z_0 \frac{1 + \Gamma(0) e^{2(\alpha + j\beta)z}}{1 - \Gamma(0) e^{2(\alpha + j\beta)z}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

Ammetenza d'onda



Il rapporto fra la corrente e la tensione in ogni sezione z viene detto ammettenza d'onda:

$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha+j\beta)z} \quad \mathbf{I}(z) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha+j\beta)z} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{(\alpha+j\beta)z}$$

$$Y(z) = \frac{\mathbf{I}(z)}{\mathbf{V}(z)} = \frac{1}{Z(z)} = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - \mathbf{V}_0^- / \mathbf{V}_0^+ e^{2(\alpha+j\beta)z}}{1 + \mathbf{V}_0^- / \mathbf{V}_0^+ e^{2(\alpha+j\beta)z}}$$

$$= \frac{1}{Z_0} \frac{1 - \Gamma(0) e^{2(\alpha+j\beta)z}}{1 + \Gamma(0) e^{2(\alpha+j\beta)z}} = Y_0 \frac{1 - \Gamma(z)}{1 + \Gamma(z)}$$

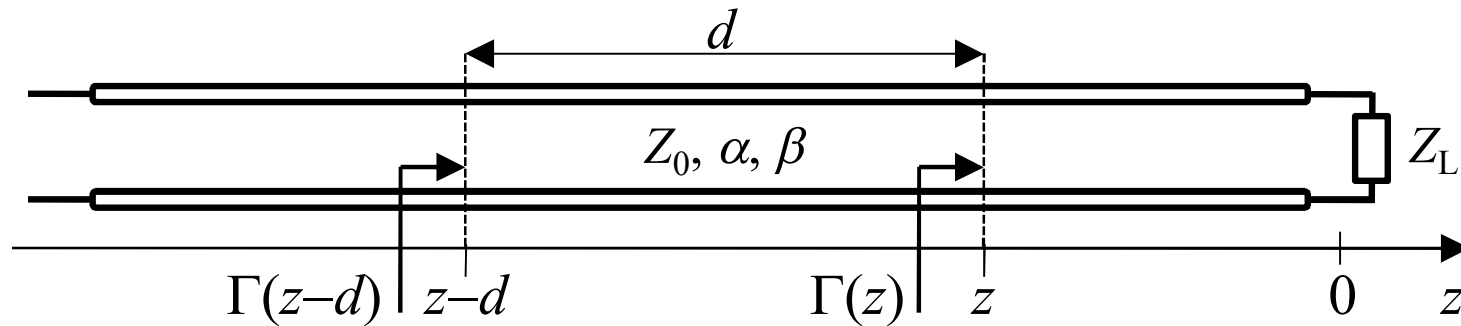
Relazioni fra Γ , Z e Y su una sezione z

$$\Gamma(z) = \frac{V^-(z)}{V^+(z)} = \frac{V_0^- e^{(\alpha+j\beta)z}}{V_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z}} = \frac{V_0^-}{V_0^+} e^{2(\alpha+j\beta)z} = \Gamma(0) e^{2(\alpha+j\beta)z}$$

$$Z(z) = Z_0 \frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)} \qquad Y(z) = Y_0 \frac{1-\Gamma(z)}{1+\Gamma(z)}$$

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0} = -\frac{Y(z) - Y_0}{Y(z) + Y_0}$$

Relazioni fra Γ su diverse sezioni



$$\begin{aligned}\Gamma(z-d) &= \frac{V^-(z-d)}{V^+(z-d)} = \frac{V_0^- e^{(\alpha+j\beta)z} e^{-(\alpha+j\beta)d}}{V_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z} e^{+(\alpha+j\beta)d}} \\ &= \Gamma(z) e^{-2(\alpha+j\beta)d} = \Gamma(z) e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d / \lambda}\end{aligned}$$

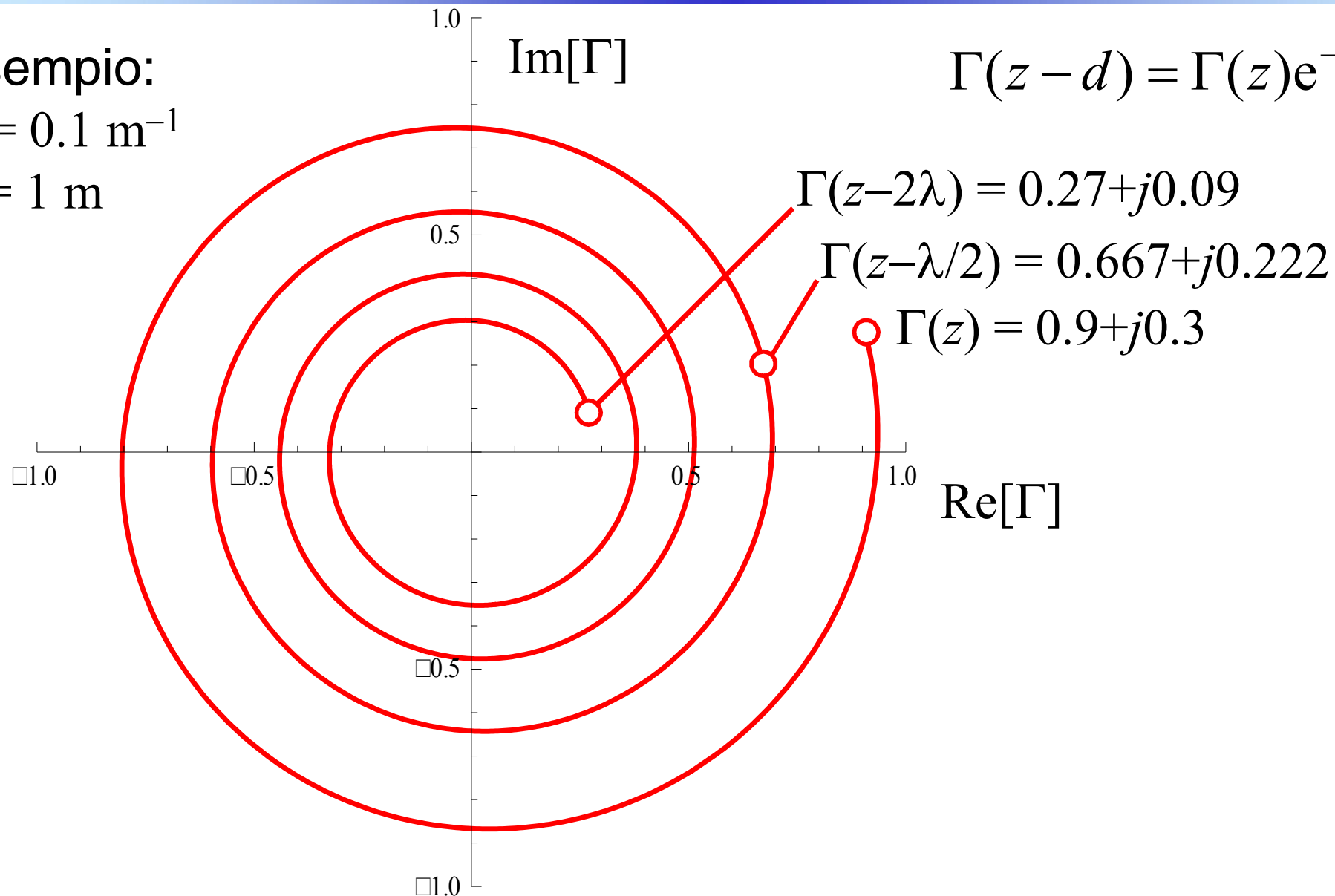
Relazioni fra Γ su diverse sezioni

Esempio:

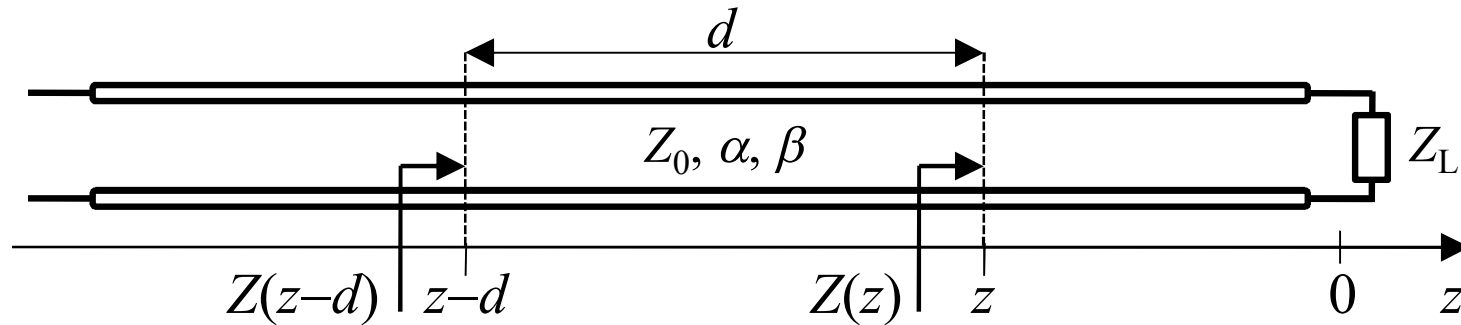
$$\alpha = 0.1 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

$$\Gamma(z - d) = \Gamma(z) e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d / \lambda}$$

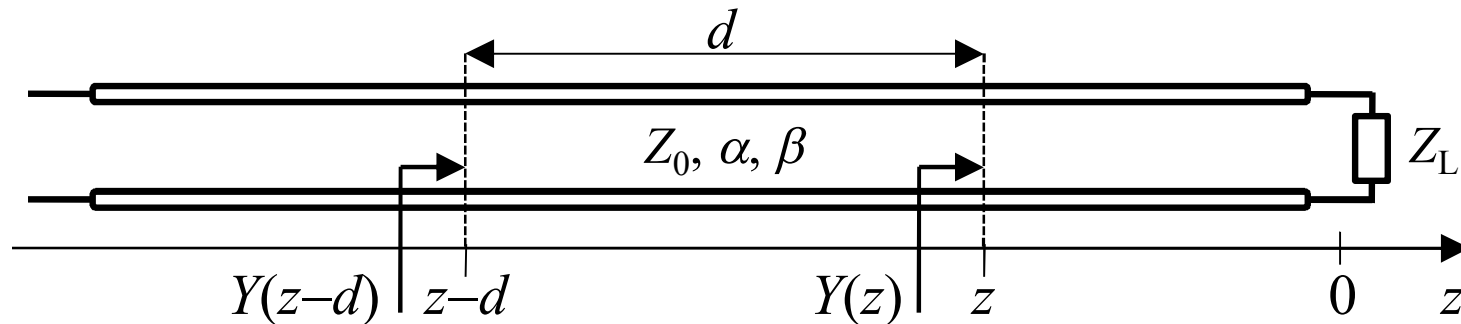


Relazioni fra impedenze su diverse sezioni



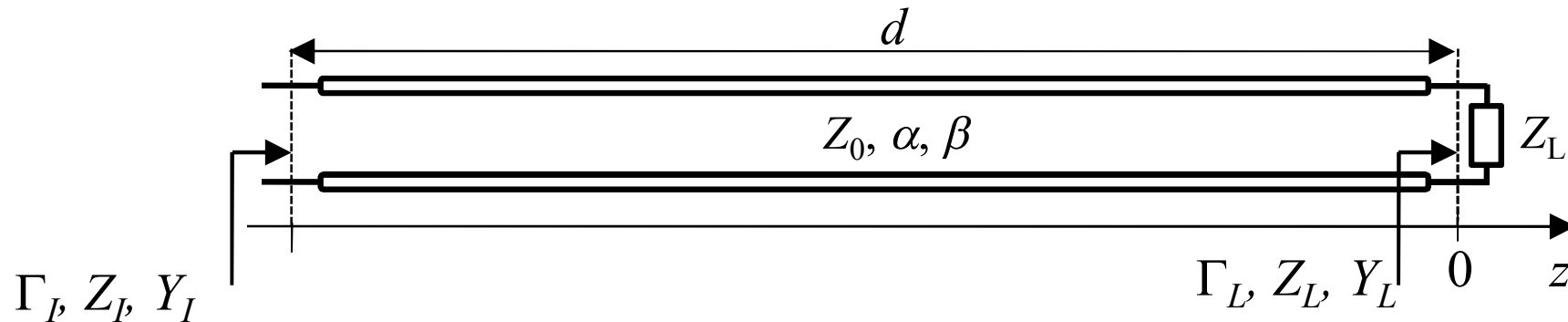
$$\begin{aligned}
 Z(z-d) &= Z_0 \frac{1 + \Gamma(z-d)}{1 - \Gamma(z-d)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z) e^{-2(\alpha + j\beta)d}}{1 - \Gamma(z) e^{-2(\alpha + j\beta)d}} \\
 &= Z_0 \frac{1 + \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0} e^{-2(\alpha + j\beta)d}}{1 - \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0} e^{-2(\alpha + j\beta)d}} = Z_0 \frac{Z(z) + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z(z) \tanh(\alpha + j\beta)d}
 \end{aligned}$$

Relazioni fra ammettenze su diverse sezioni



$$\begin{aligned}
 Y(z-d) &= Y_0 \frac{1 - \Gamma(z-d)}{1 + \Gamma(z-d)} = Y_0 \frac{1 - \Gamma(z) e^{-2(\alpha + j\beta)d}}{1 + \Gamma(z) e^{-2(\alpha + j\beta)d}} \\
 &= Y_0 \frac{1 + \frac{Y(z) - Y_0}{Y(z) + Y_0} e^{-2(\alpha + j\beta)d}}{1 - \frac{Y(z) - Y_0}{Y(z) + Y_0} e^{-2(\alpha + j\beta)d}} = Y_0 \frac{Y(z) + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y(z) \tanh(\alpha + j\beta)d}
 \end{aligned}$$

Relazioni ingresso/uscita per Γ , Z , Y

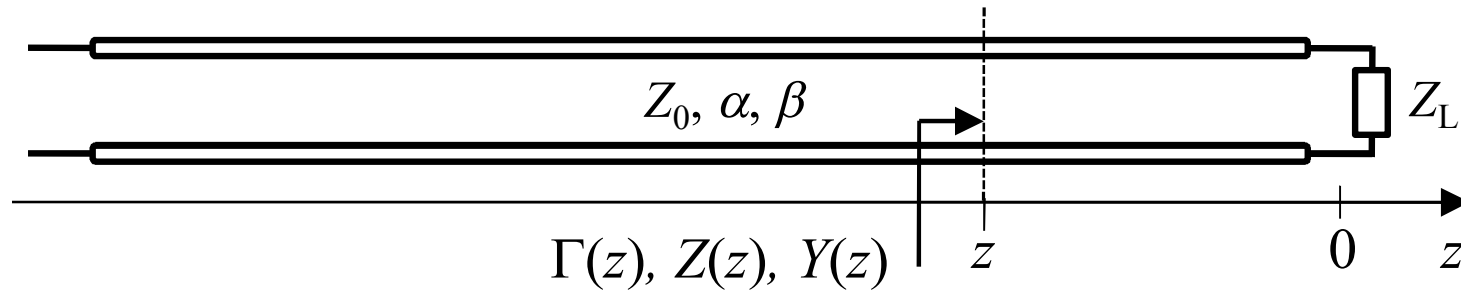


$$\Gamma_I = \Gamma_L e^{-2(\alpha + j\beta)d} = \Gamma_L e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d / \lambda}$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d}$$

$$Y_I = Y_0 \frac{Y_L + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y_L \tanh(\alpha + j\beta)d}$$

Potenza lungo la linea



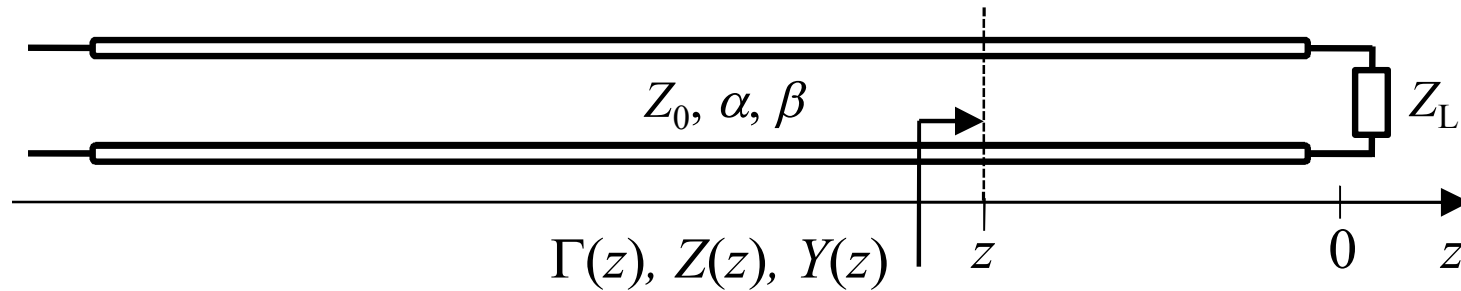
$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} (1 + \Gamma(z)) \quad \mathbf{I}(z) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha + j\beta)z} (1 - \Gamma(z))$$

La potenza attiva che attraversa nel verso positivo una qualunque sezione z è data da:

$$P(z) = \operatorname{Re} \left(\frac{\mathbf{V}(z) \mathbf{I}^*(z)}{2} \right) = \frac{|\mathbf{V}_0^+|^2}{2Z_0} e^{-2\alpha z} \operatorname{Re} \left(1 + \underbrace{\Gamma(z) - \Gamma^*(z)}_{+j2 \operatorname{Im}(\Gamma(z))} - \underbrace{\Gamma(z) \Gamma^*(z)}_{|\Gamma(z)|^2} \right)$$

$$= \frac{|\mathbf{V}_0^+|^2}{2Z_0} e^{-2\alpha z} (1 - |\Gamma(z)|^2) = P_{\text{inc}}(z) (1 - |\Gamma(z)|^2)$$

Potenza lungo la linea

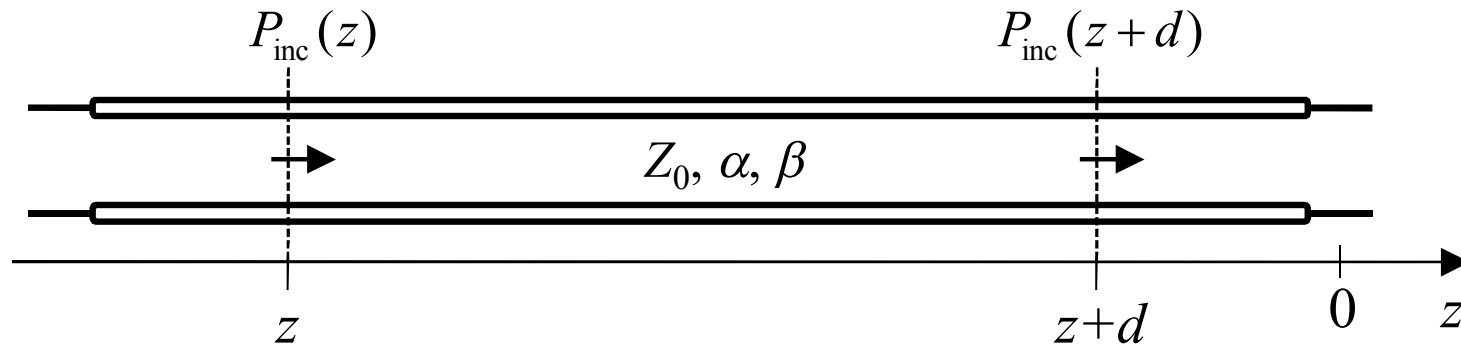


$$P(z) = \operatorname{Re} \left(\frac{\mathbf{V}(z) \mathbf{I}^*(z)}{2} \right) = P_{\text{inc}}(z) \left(1 - |\Gamma(z)|^2 \right) = P_{\text{inc}}(z) - P_{\text{rifl}}(z)$$

$$P_{\text{inc}}(z) = \frac{|\mathbf{V}_0^+|^2}{2Z_0} e^{-2\alpha z}$$

$$P_{\text{rifl}}(z) = \frac{|\mathbf{V}_0^-|^2}{2Z_0} e^{2\alpha z}$$

Potenza lungo la linea



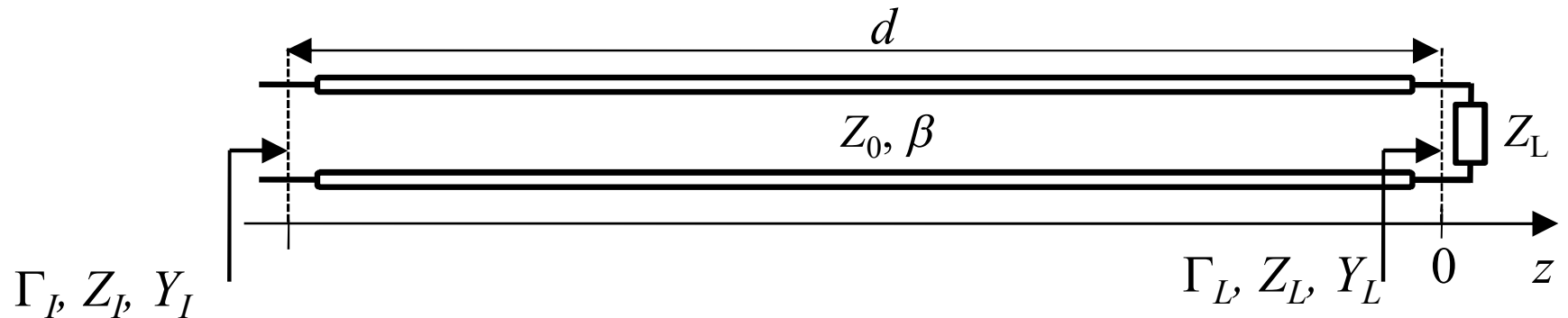
L'attenuazione in decibel tra le sezioni z e $z+d$ risulta:

$$10 \log_{10} \frac{P_{\text{inc}}(z)}{P_{\text{inc}}(z+d)} = 10 \log_{10} \frac{e^{-2\alpha z}}{e^{-2\alpha(z+d)}} = 10 \log_{10} e^{2\alpha d} = 10 \frac{\ln e^{2\alpha d}}{\ln 10} = 10 \frac{\alpha}{\ln 10} d = \underbrace{8.68 \alpha d}_{\alpha_{\text{dB}}}$$

$$\alpha_{\text{dB}} = 8.68 \alpha$$

Casi particolari: linea senza perdite

$$\alpha = 0$$



$$\Gamma_I = \Gamma_L e^{-2(\alpha + j\beta)d} = \Gamma_L e^{-j4\pi d / \lambda} \quad \Rightarrow \quad |\Gamma_I| = |\Gamma_L|$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta d}{Z_0 + jZ_L \tan\beta d}$$

$$Y_I = Y_0 \frac{Y_L + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Y_0 \frac{Y_L + jY_0 \tan\beta d}{Y_0 + jY_L \tan\beta d}$$

Diagramma d'onda stazionaria

$$|\mathbf{V}(z)| = |\mathbf{V}_0^+ e^{-j\beta z} (1 + \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda})| = |\mathbf{V}_0^+| |1 + \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda}|$$

$$|\mathbf{I}(z)| = \left| \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} (1 - \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda}) \right| = \frac{|\mathbf{V}_0^+|}{Z_0} |1 - \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda}|$$

Al variare di z , le ampiezze della tensione e della corrente variano fra due estremi:

$$V_{\min} \leq |\mathbf{V}(z)| \leq V_{\max} \quad I_{\min} \leq |\mathbf{I}(z)| \leq I_{\max}$$

dove:

$$V_{\min} = |\mathbf{V}_0^+| (1 - |\Gamma_L|)$$

$$I_{\min} = \frac{|\mathbf{V}_0^+|}{Z_0} (1 - |\Gamma_L|)$$

$$V_{\max} = |\mathbf{V}_0^+| (1 + |\Gamma_L|)$$

$$I_{\max} = \frac{|\mathbf{V}_0^+|}{Z_0} (1 + |\Gamma_L|)$$

Diagramma d'onda stazionaria

$$|\mathbf{V}(z)| = |\mathbf{V}_0^+ e^{-j\beta z} (1 + \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda})| = |\mathbf{V}_0^+| |1 + \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda}|$$

$$|\mathbf{I}(z)| = \left| \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} (1 - \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda}) \right| = \frac{|\mathbf{V}_0^+|}{Z_0} |1 - \Gamma_L e^{-j4\pi z/\lambda}|$$

$$\Gamma_L = 0.1 - j0.2$$

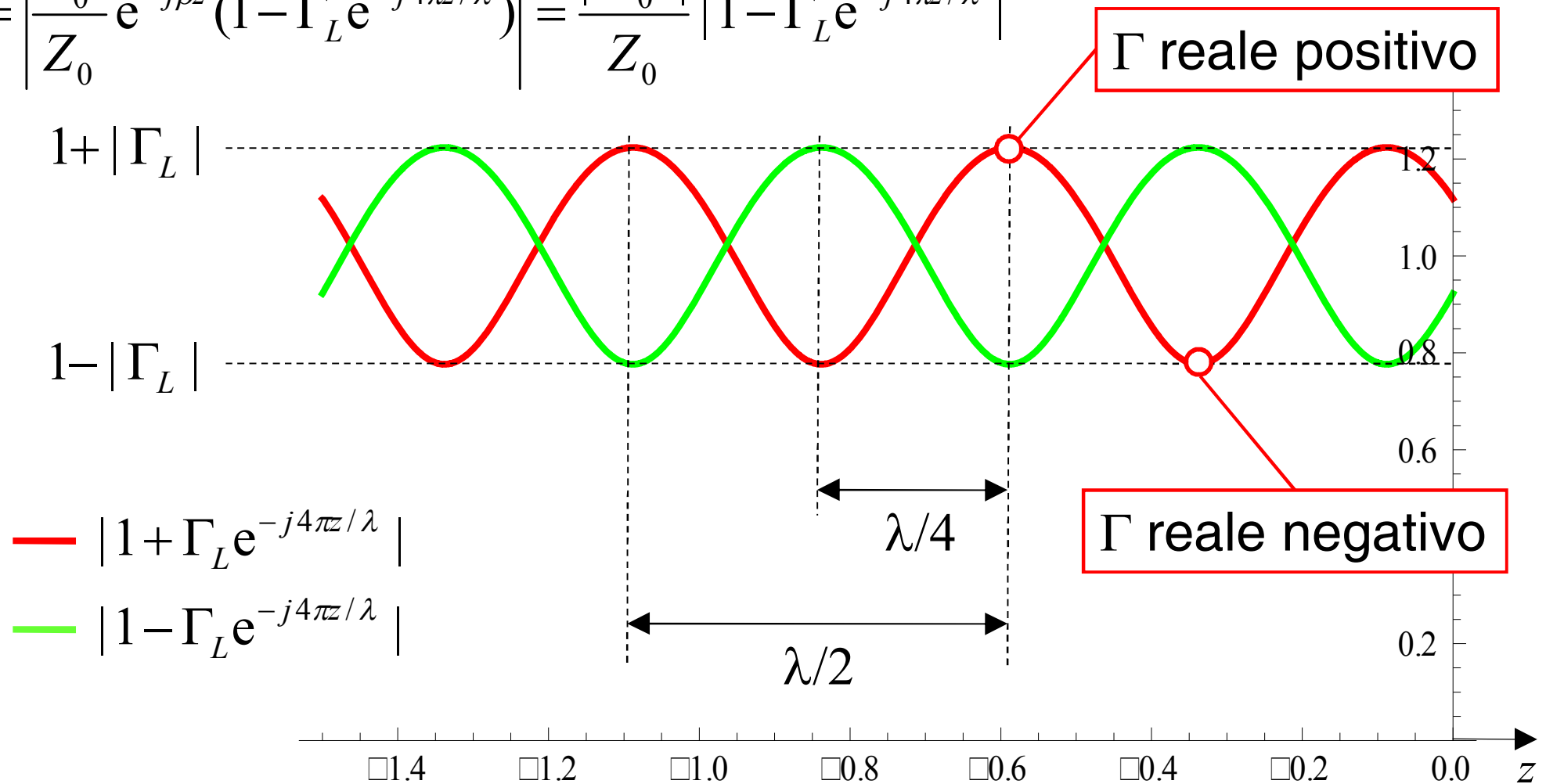


Diagramma d'onda stazionaria

Si definisce **rapporto d'onda stazionaria** la quantità

$$ROS = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

E' evidente che

$$1 \leq ROS < \infty$$

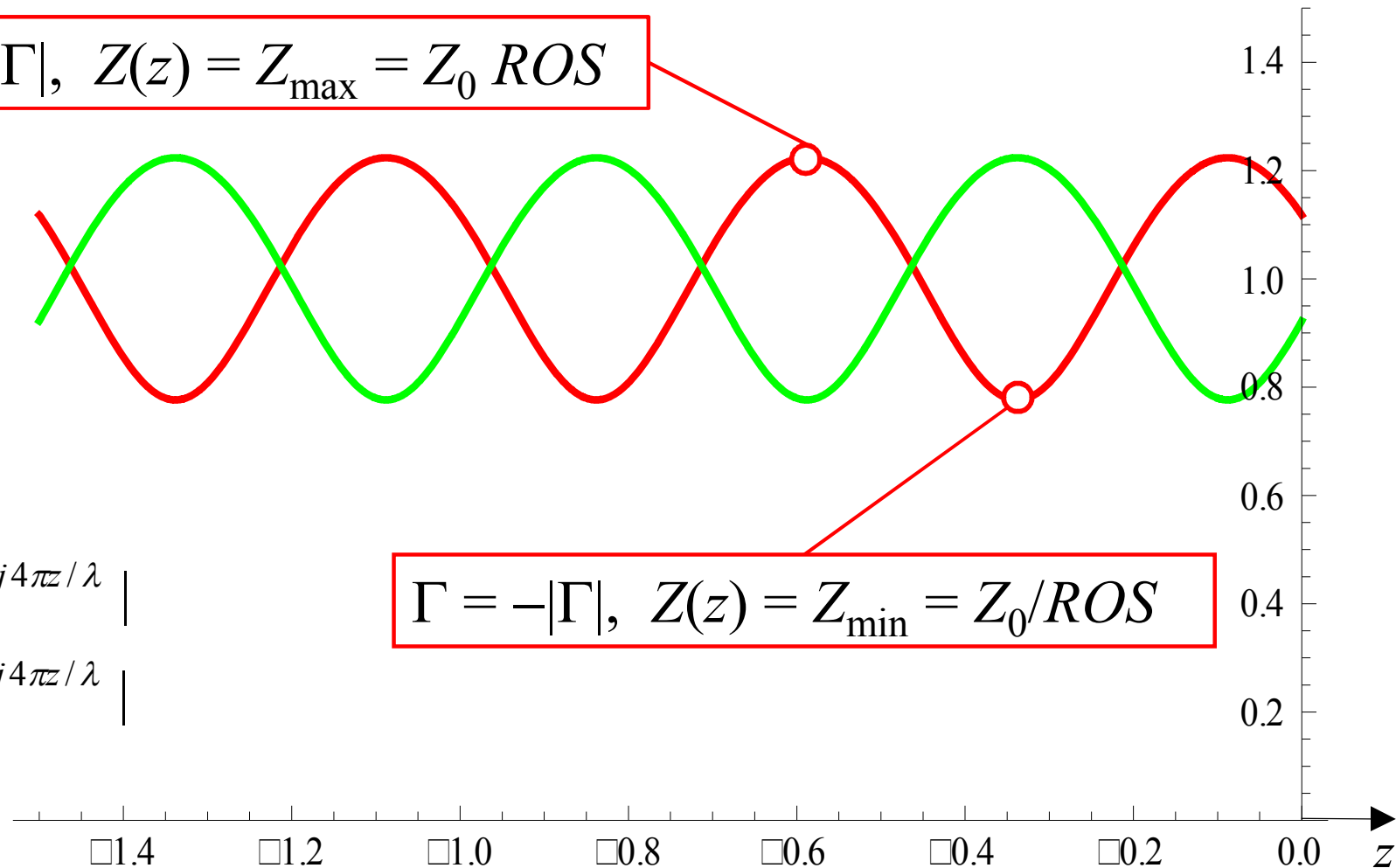
Si ha:

$$|\Gamma| = |\Gamma_L| = \frac{ROS - 1}{ROS + 1}$$

Diagramma d'onda stazionaria

Ricordando che $Z(z) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$ $|\Gamma| = |\Gamma_L| = \frac{ROS - 1}{ROS + 1}$ $\Gamma_L = 0.1 - j0.2$

$$\Gamma = |\Gamma|, \quad Z(z) = Z_{\max} = Z_0 ROS$$



— $|1 + \Gamma_L e^{-j4\pi z / \lambda}|$

— $|1 - \Gamma_L e^{-j4\pi z / \lambda}|$

$$\Gamma = -|\Gamma|, \quad Z(z) = Z_{\min} = Z_0 / ROS$$

Casi particolari: linea senza perdite

Poiché la linea è senza perdite la potenza che giunge al carico coincide con quella d'ingresso:

$$P(z) = P_I = P_L = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma(z)|^2)$$

Tenendo conto delle relazioni

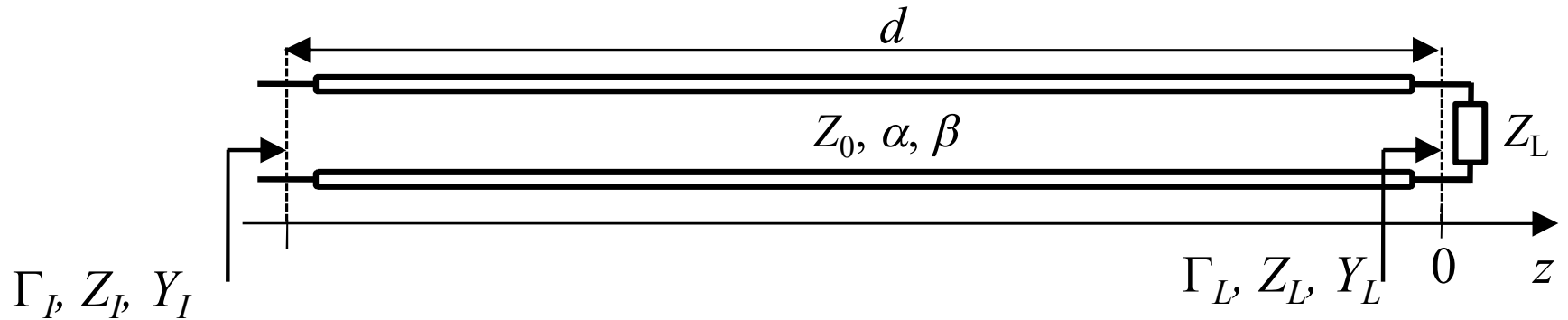
$$|V_0^+| = \frac{V_{\max}}{1 + |\Gamma_L|} = \frac{Z_0 I_{\max}}{1 + |\Gamma_L|} \quad ROS = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

si ottiene

$$P(z) = P_I = P_L = \frac{V_{\max}^2}{2Z_0 ROS} = \frac{Z_0 I_{\max}^2}{2ROS}$$

Casi particolari: linea adattata

$$\begin{aligned} Z_L &= Z_0 \\ Y_L &= Y_0 \end{aligned}$$



$$\Gamma_L = 0 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_I = \Gamma_L e^{-2(\alpha + j\beta)d} = 0$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d} \quad \Rightarrow \quad Z_I = Z_0$$

$$Y_I = Y_0 \frac{Y_L + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y_L \tanh(\alpha + j\beta)d} \quad \Rightarrow \quad Y_I = Y_0$$

Casi particolari: linea adattata

Poiché non vi è riflessione sul carico ($\Gamma(z) = \Gamma_L = 0$) si ha:

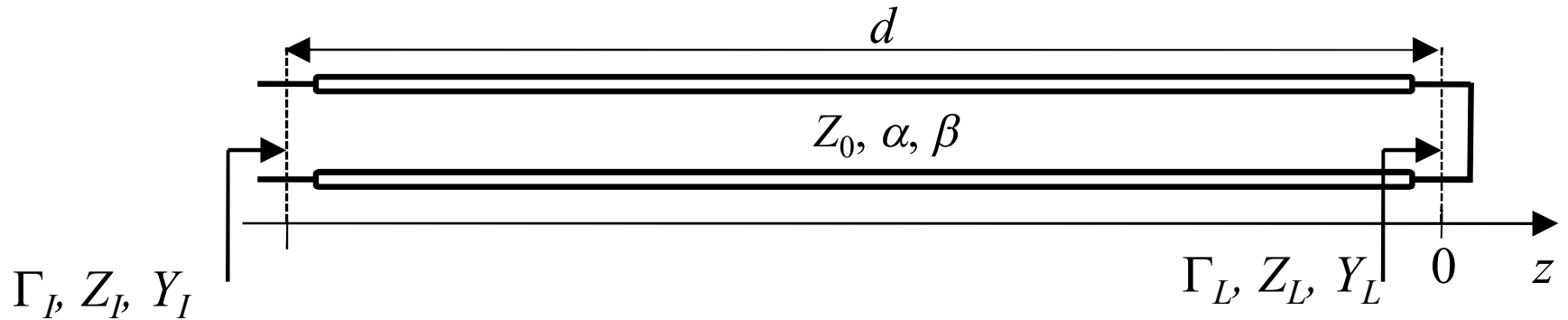
$$P(z) = P_{\text{inc}}(z) \left(1 - |\Gamma(z)|^2\right) = P_{\text{inc}}(z) = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} e^{-2\alpha z}$$

quindi

$$P_L = P_I e^{-2\alpha d}$$

Casi particolari: linea in corto circuito

$$Z_L = 0$$
$$Y_L = \infty$$

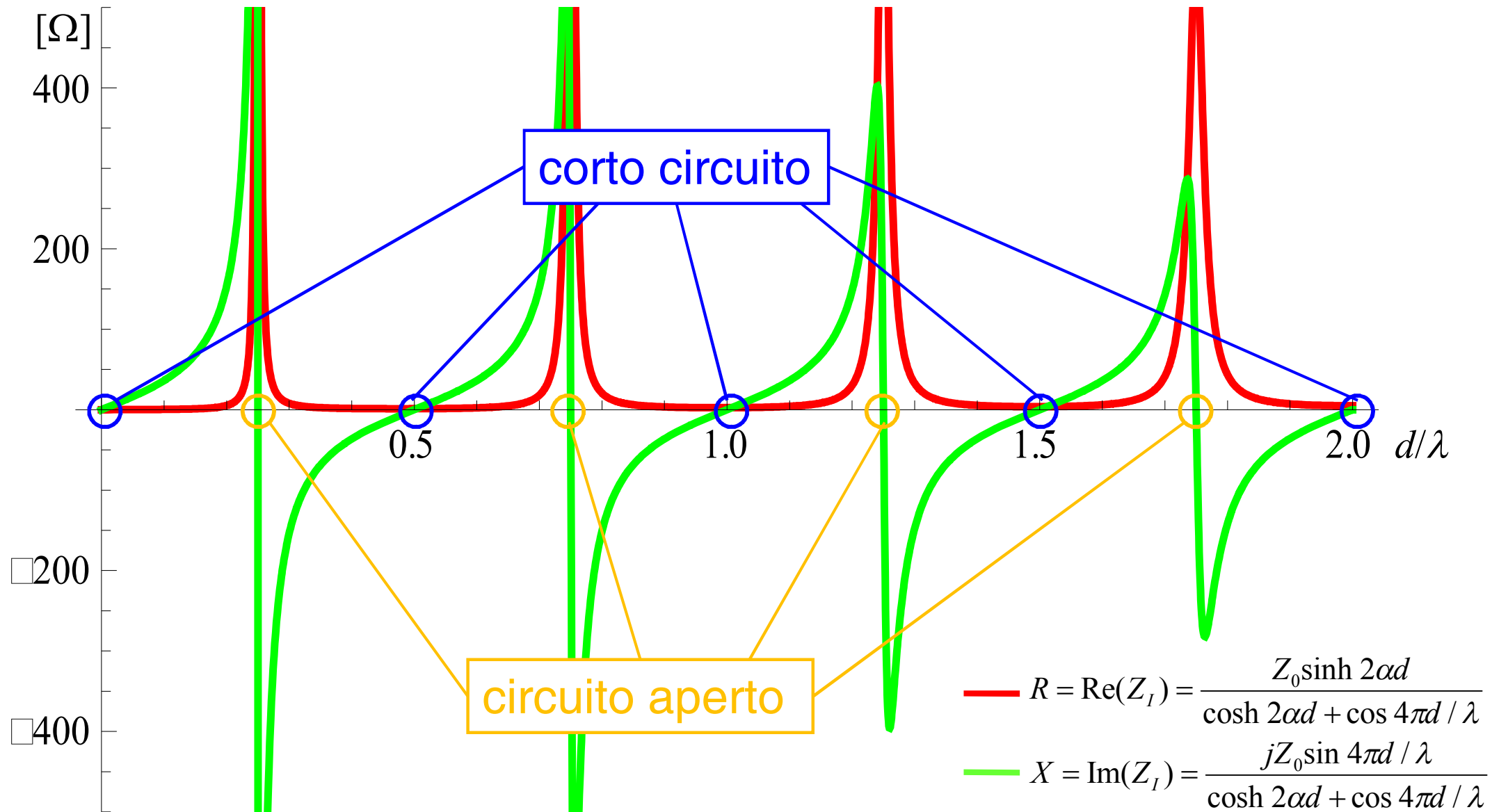


$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -1 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_I = \Gamma_L e^{-2(\alpha + j\beta)d} = -e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d / \lambda}$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d$$

$$Y_I = Y_0 \frac{Y_L + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Y_0 \frac{1}{\tanh(\alpha + j\beta)d}$$

Casi particolari: linea in corto circuito



Casi particolari: linea in corto circuito

$$\Gamma_L = -1 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_I = -e^{-j4\pi d/\lambda}$$

$$Z_I = jZ_0 \tan \beta d = jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} d = jZ_0 \tan \frac{\omega d}{v}$$

$$\mathbf{V}_I = \mathbf{V}_0^+ e^{-j2\pi d/\lambda} - \mathbf{V}_0^+ e^{j2\pi d/\lambda} = -2j\mathbf{V}_0^+ \sin \frac{2\pi d}{\lambda}$$

$$\mathbf{I}_I = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-j2\pi d/\lambda} + \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{j2\pi d/\lambda} = 2 \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} \cos \frac{2\pi d}{\lambda}$$

Casi particolari: linea in corto circuito

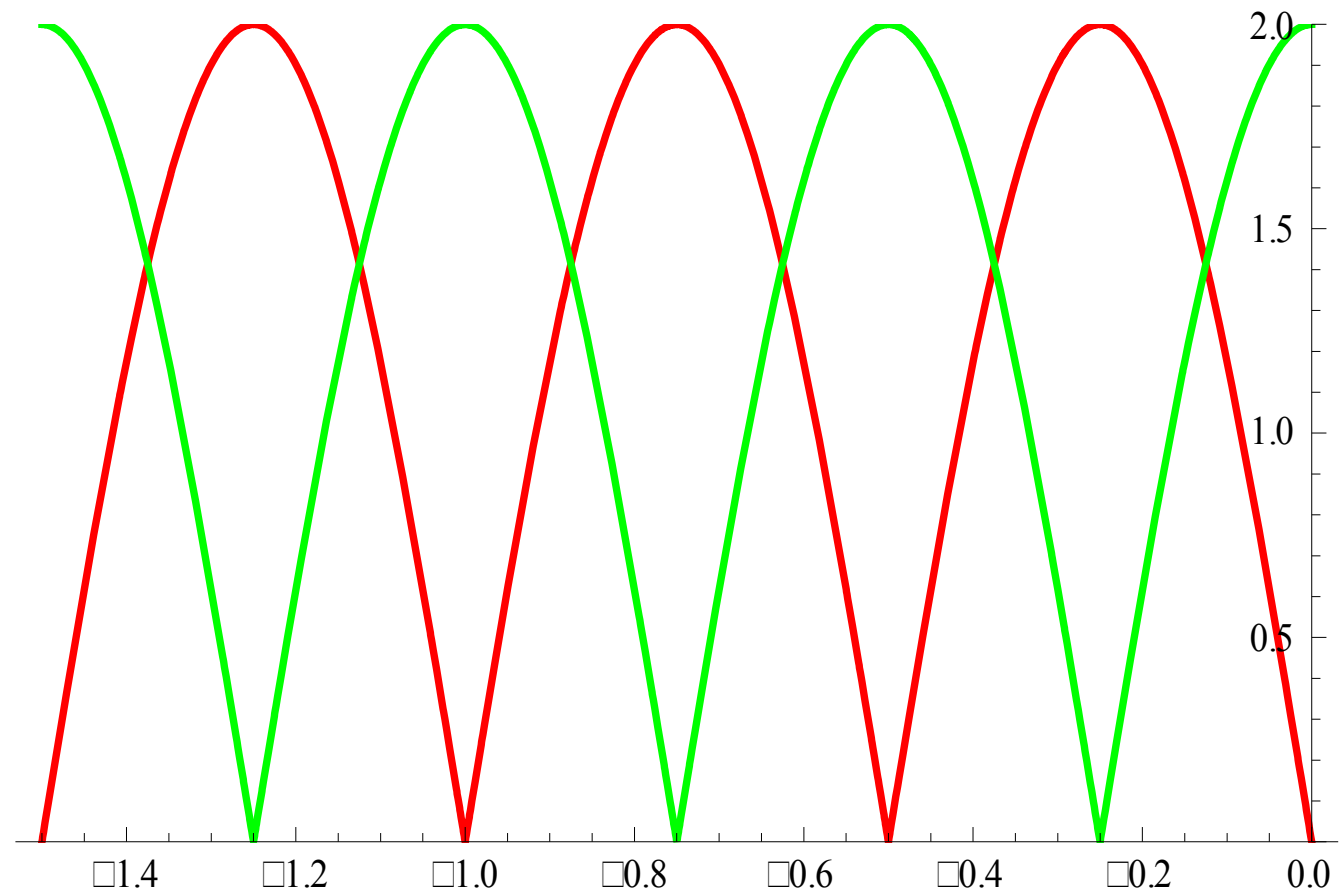
$$|\mathbf{V}_I| = 2 |\mathbf{V}_0^+| \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

$$|\mathbf{I}_I| = 2 \frac{|\mathbf{V}_0^+|}{Z_0} \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

$ROS = \infty$

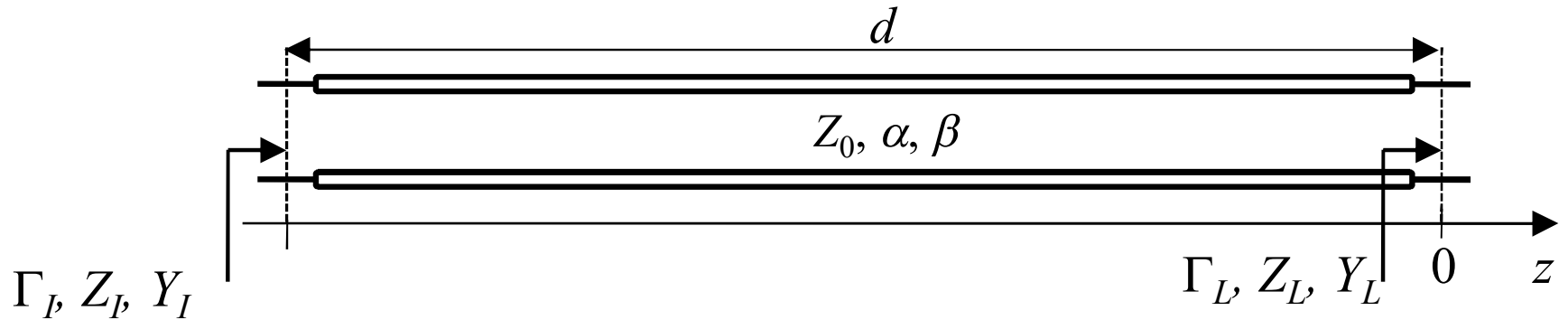
— $2 \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$

— $2 \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$



Casi particolari: linea a vuoto

$$\begin{aligned} Z_L &= \infty \\ Y_L &= 0 \end{aligned}$$



$$\Gamma_L = -\frac{Y_L - Y_0}{Y_L + Y_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_I = \Gamma_L e^{-2(\alpha + j\beta)d} = e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d / \lambda}$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = \frac{Z_0}{\tanh(\alpha + j\beta)d}$$

$$Y_I = Y_0 \frac{Y_L + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d$$

Casi particolari: linea a vuoto

$$\Gamma_L = +1 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_I = e^{-j4\pi d / \lambda}$$

$$Y_I = jY_0 \tan \beta d = jY_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} d = jY_0 \tan \frac{\omega d}{v}$$

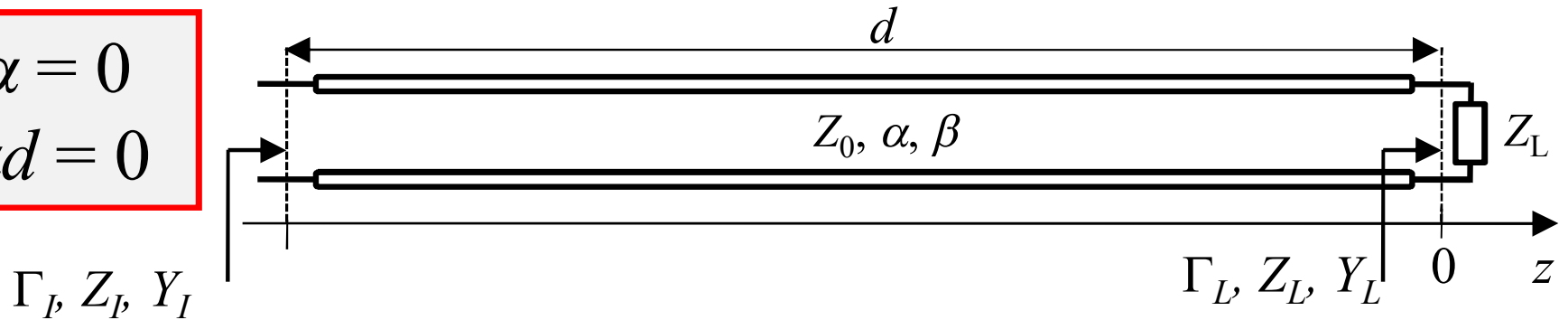
$$\mathbf{V}_I = \mathbf{V}_0^+ e^{-j2\pi d / \lambda} + \mathbf{V}_0^+ e^{j2\pi d / \lambda} = 2\mathbf{V}_0^+ \cos \frac{2\pi d}{\lambda}$$

$$\mathbf{I}_I = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-j2\pi d / \lambda} - \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{j2\pi d / \lambda} = -2j \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} \sin \frac{2\pi d}{\lambda}$$

Casi particolari: linea $\lambda/2$ senza perdite

$$d = \lambda/2, \alpha = 0$$

$$\beta d = \pi, \alpha d = 0$$



$$\Gamma_I = \Gamma_L e^{-2(\alpha + j\beta)d} = \Gamma_L e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d/\lambda} = \Gamma_L$$

$$\tanh j\pi = 0$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh j\pi}{Z_0 + Z_L \tanh j\pi} = Z_L$$

$$Y_I = Y_0 \frac{Y_L + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Y_L$$

Casi particolari: linea $\lambda/2$ senza perdite

Poiché:

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_0^+ + \mathbf{V}_0^-$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0}$$

$$\mathbf{V}_I = \mathbf{V}_0^+ e^{j\pi} + \mathbf{V}_0^- e^{-j\pi} = -(\mathbf{V}_0^+ + \mathbf{V}_0^-)$$

$$\mathbf{I}_I = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{j\pi} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{-j\pi} = -\left(\frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} \right)$$

si ha:

$$\mathbf{V}_L = -\mathbf{V}_I$$

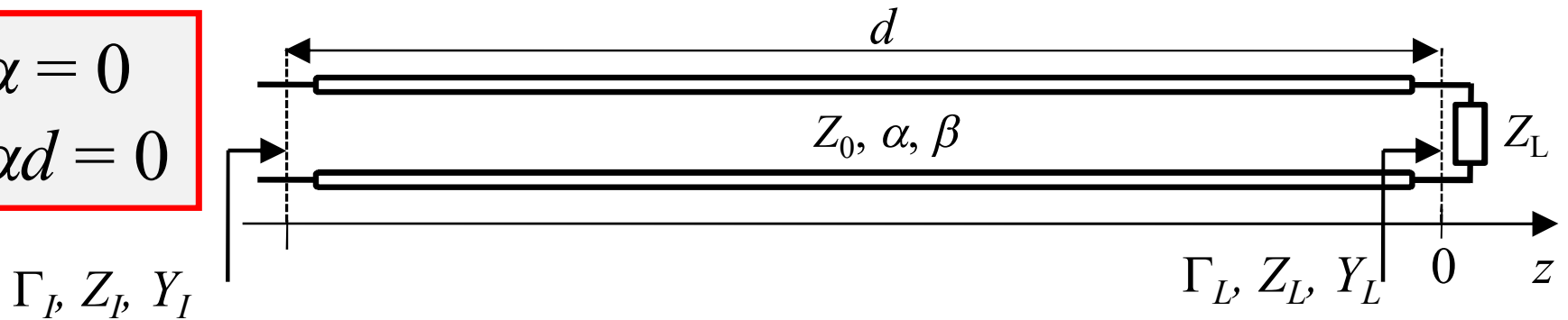
$$\mathbf{I}_L = -\mathbf{I}_I$$

indipendentemente dal valore del carico

Casi particolari: linea $\lambda/4$ senza perdite

$$d = \lambda/4, \alpha = 0$$

$$\beta d = \pi/2, \alpha d = 0$$



$$\Gamma_I = \Gamma_L e^{-2(\alpha + j\beta)d} = \Gamma_L e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d / \lambda} = -\Gamma_L$$

$$\tanh j\pi = \infty$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh j\pi / 2}{Z_0 + Z_L \tanh j\pi / 2} = \frac{Z_0^2}{Z_L}$$

$$Y_I = Y_0 \frac{Y_L + Y_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Y_0 + Y_L \tanh(\alpha + j\beta)d} = \frac{Y_0^2}{Y_L}$$

Casi particolari: linea $\lambda/4$ senza perdite

Poiché:

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_0^+ + \mathbf{V}_0^-$$

$$\mathbf{V}_I = \mathbf{V}_0^+ e^{j\pi/2} + \mathbf{V}_0^- e^{-j\pi/2} = j(\mathbf{V}_0^+ - \mathbf{V}_0^-)$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0}$$

$$\mathbf{I}_I = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{j\pi/2} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{-j\pi/2} = j \left(\frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} + \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} \right)$$

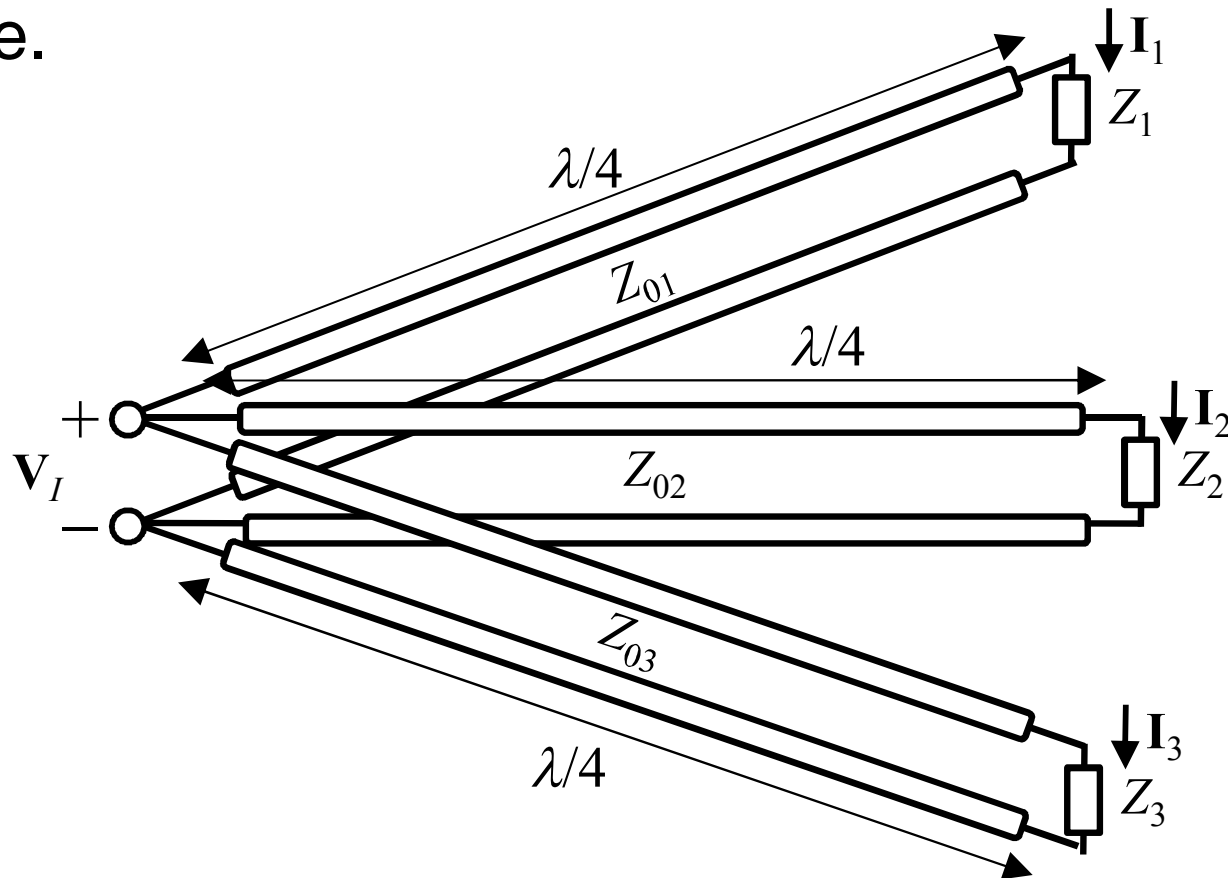
si ha:

$$\mathbf{V}_L = -jZ_0 \mathbf{I}_I \qquad \mathbf{I}_L = -j \frac{\mathbf{V}_I}{Z_0}$$

indipendentemente dal valore del carico

Casi particolari: linea $\lambda/4$ senza perdite

Collegando in parallelo gli ingressi di N linee $\lambda/4$ chiuse su carichi Z_1, Z_2, \dots, Z_N , le correnti sui carichi risultano tutte in fase e dipendono solo dalla tensione d'ingresso e dalle impedenze caratteristiche delle linee.

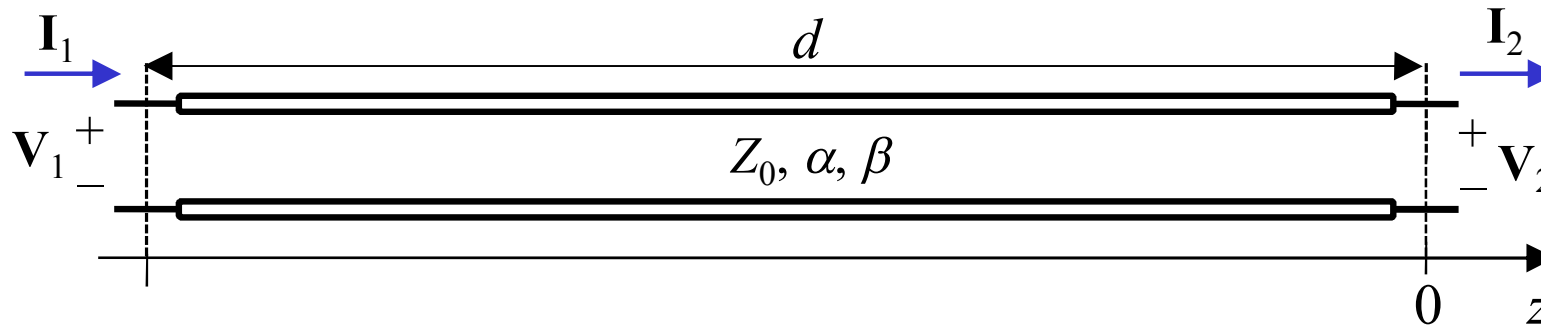


$$I_1 = -jV_I / Z_{01}$$

$$I_2 = -jV_I / Z_{02}$$

$$I_3 = -jV_I / Z_{03}$$

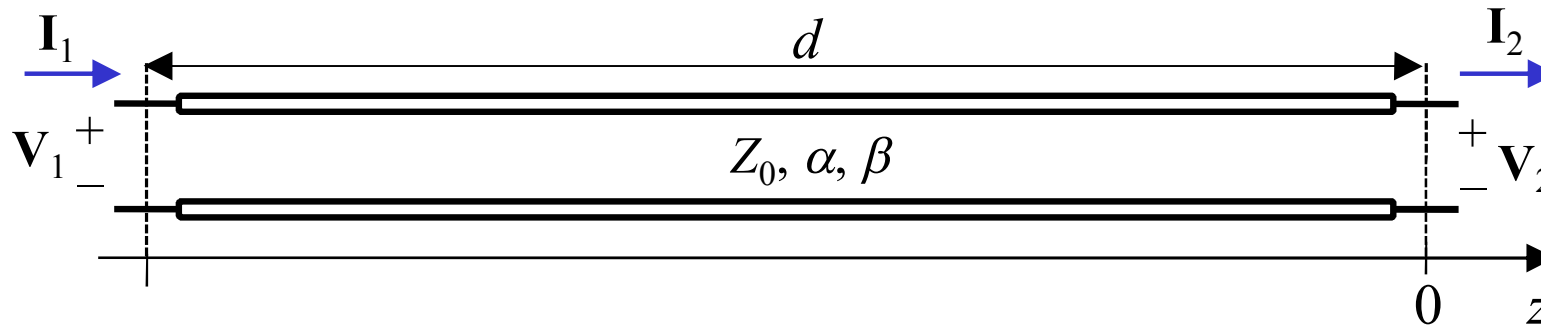
Matrice di trasmissione di una linea



La matrice di trasmissione è comunemente utilizzata per descrivere le relazioni fra tensioni e correnti all'ingresso e all'uscita di una linea.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

Matrice di trasmissione di una linea



$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{V}_0^+ e^{-(\alpha+j\beta)z} + \mathbf{V}_0^- e^{(\alpha+j\beta)z} \quad \mathbf{I}(z) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha+j\beta)z} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{(\alpha+j\beta)z}$$

In $z = 0$ e $z = -d$ si ha:

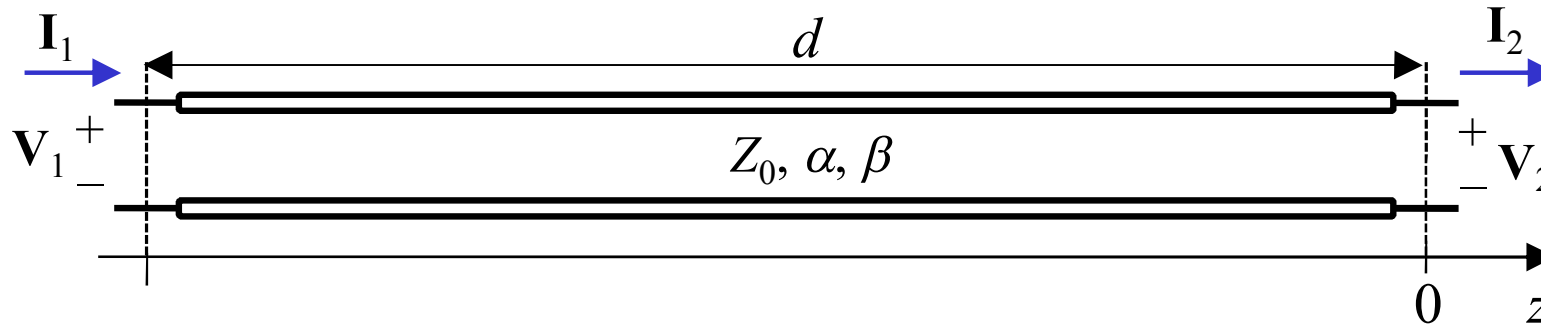
$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}(-d) = \mathbf{V}_0^+ e^{(\alpha+j\beta)d} + \mathbf{V}_0^- e^{-(\alpha+j\beta)d}$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}(0) = \mathbf{V}_0^+ + \mathbf{V}_0^-$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}(-d) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} e^{(\alpha+j\beta)d} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0} e^{-(\alpha+j\beta)d}$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}(0) = \frac{\mathbf{V}_0^+}{Z_0} - \frac{\mathbf{V}_0^-}{Z_0}$$

Matrice di trasmissione di una linea

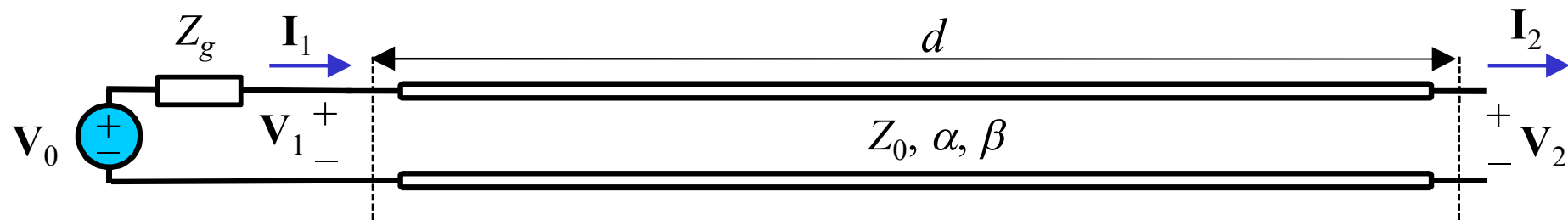


Eliminando V_0^+ e V_0^- dalle precedenti equazioni, si ricava:

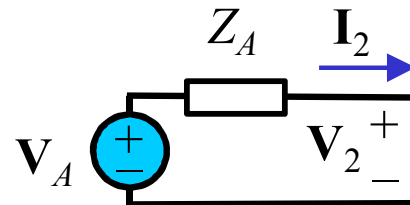
$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\alpha + j\beta)d & Z_0 \sinh(\alpha + j\beta)d \\ \frac{\sinh(\alpha + j\beta)d}{Z_0} & \cosh(\alpha + j\beta)d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

Matrice di trasmissione di una linea

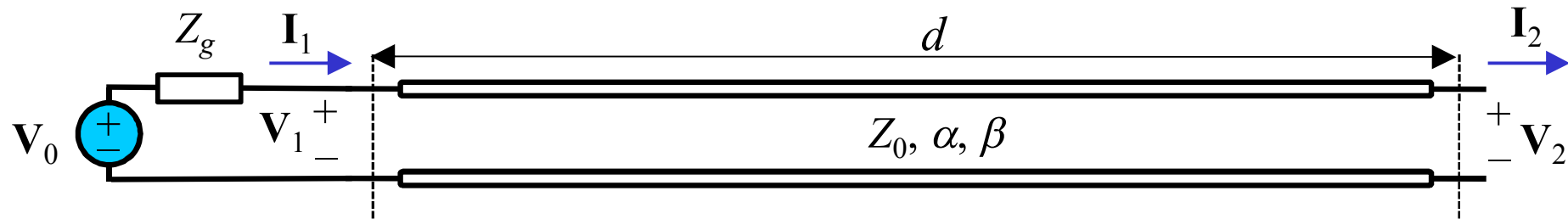
Vogliamo calcolare i valori di V_A e Z_A affinché il circuito



Sia equivalente a



Matrice di trasmissione di una linea



$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{A}\mathbf{V}_2 + \mathbf{B}\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{C}\mathbf{V}_2 + \mathbf{D}\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_0 - \mathbf{V}_1}{Z_g} = \frac{\mathbf{V}_0}{Z_g} - \frac{\mathbf{A}\mathbf{V}_2}{Z_g} - \frac{\mathbf{B}\mathbf{I}_2}{Z_g}$$

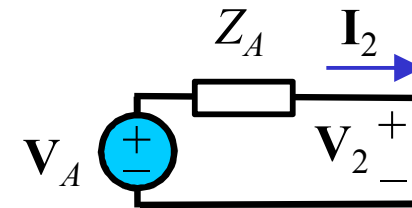
da cui:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_0}{\mathbf{B} + \mathbf{D}Z_g} - \frac{\mathbf{A} + \mathbf{C}Z_g}{\mathbf{B} + \mathbf{D}Z_g} \mathbf{V}_2 = \frac{\frac{\mathbf{V}_0}{\mathbf{A} + \mathbf{C}Z_g} - \mathbf{V}_2}{\frac{\mathbf{B} + \mathbf{D}Z_g}{\mathbf{A} + \mathbf{C}Z_g}}$$

Matrice di trasmissione di una linea

Poiché per il circuito equivalente si ha:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_A - \mathbf{V}_2}{Z_A}$$



confrontando con la formula

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\frac{\mathbf{V}_0}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g} - \mathbf{V}_2}{\frac{\mathbf{B} + \mathbf{DZ}_g}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g}}$$

Si ottiene

$$\mathbf{V}_A = \frac{\mathbf{V}_0}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g} \qquad Z_A = \frac{\mathbf{B} + \mathbf{DZ}_g}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g}$$

Matrice di trasmissione di una linea

La potenza disponibile del generatore equivalente risulta:

$$\begin{aligned} P_{dA} &= \frac{|\mathbf{V}_A|^2}{8 \operatorname{Re}\{\mathbf{Z}_A\}} = \frac{|\mathbf{V}_0|^2}{8 |\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g|^2 \operatorname{Re}\left\{ \frac{\mathbf{B} + \mathbf{DZ}_g}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g} \right\}} \\ &= \frac{P_d}{\frac{|\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g|^2}{\operatorname{Re}\{\mathbf{Z}_g\}} \operatorname{Re}\left\{ \frac{\mathbf{B} + \mathbf{DZ}_g}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g} \right\}} = \frac{P_d}{\operatorname{Re}\left\{ (\mathbf{B} / \mathbf{Z}_g + \mathbf{D})(\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g)^* \right\}} \end{aligned}$$

Matrice di trasmissione di una linea

Caso particolare: generatore adattato alla linea ($Z_g = Z_0$)

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_A &= \frac{\mathbf{V}_0}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g} = \frac{\mathbf{V}_0}{\cosh(\alpha + j\beta)d + \frac{Z_g}{Z_0} \sinh(\alpha + j\beta)d} \\ &= \frac{\mathbf{V}_0}{\frac{e^{\alpha d} e^{j\beta d} + e^{-\alpha d} e^{-j\beta d}}{2} + \frac{e^{\alpha d} e^{j\beta d} - e^{-\alpha d} e^{-j\beta d}}{2}} = \mathbf{V}_0 e^{-\alpha d} e^{-j\beta d} \\ \mathbf{Z}_A &= \frac{\mathbf{B} + \mathbf{DZ}_g}{\mathbf{A} + \mathbf{CZ}_g} = \frac{Z_0 \sinh(\alpha + j\beta)d + Z_g \cosh(\alpha + j\beta)d}{\cosh(\alpha + j\beta)d + \frac{Z_g}{Z_0} \sinh(\alpha + j\beta)d} = Z_g \end{aligned}$$

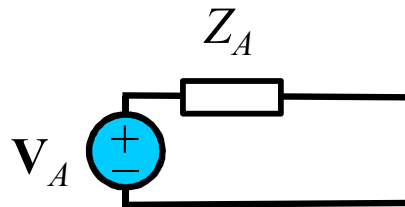
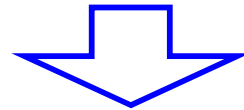
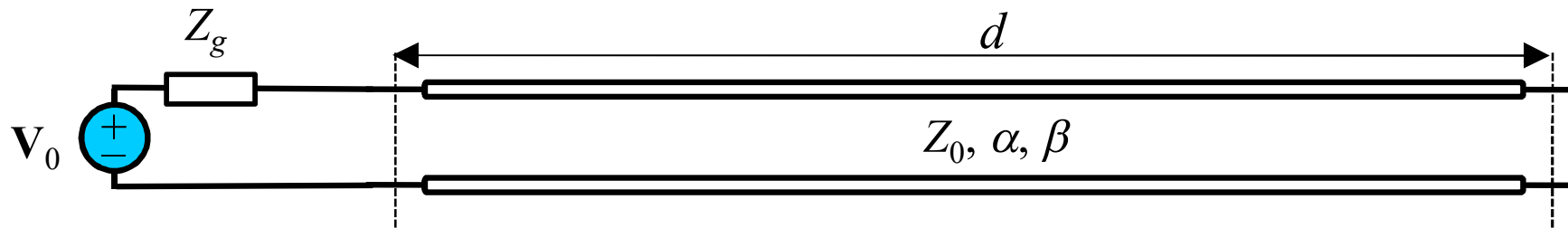
Matrice di trasmissione di una linea

Caso particolare: generatore adattato alla linea ($Z_g = Z_0$)

$$\begin{aligned} P_{dA} &= \frac{P_d}{\operatorname{Re}\left\{(\mathbf{B} / Z_g + \mathbf{D})(\mathbf{A} + \mathbf{C}Z_g)^*\right\}} \\ &= \frac{P_d}{\operatorname{Re}\left\{(\sinh(\alpha + j\beta)d + \cosh(\alpha + j\beta)d)(\cosh(\alpha + j\beta)d + \sinh(\alpha + j\beta)d)^*\right\}} \\ &= \frac{P_d}{\left|\sinh(\alpha + j\beta)d + \cosh(\alpha + j\beta)d\right|^2} \\ &= \frac{P_d}{\left|\frac{e^{\alpha d} e^{j\beta d} - e^{-\alpha d} e^{-j\beta d}}{2} + \frac{e^{\alpha d} e^{j\beta d} + e^{-\alpha d} e^{-j\beta d}}{2}\right|^2} = \frac{P_d}{\left|e^{\alpha d} e^{j\beta d}\right|^2} = P_d e^{-2\alpha d} \end{aligned}$$

Matrice di trasmissione di una linea

Caso particolare: generatore adattato alla linea ($Z_g = Z_0$)



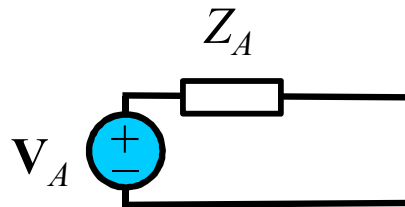
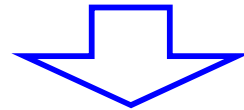
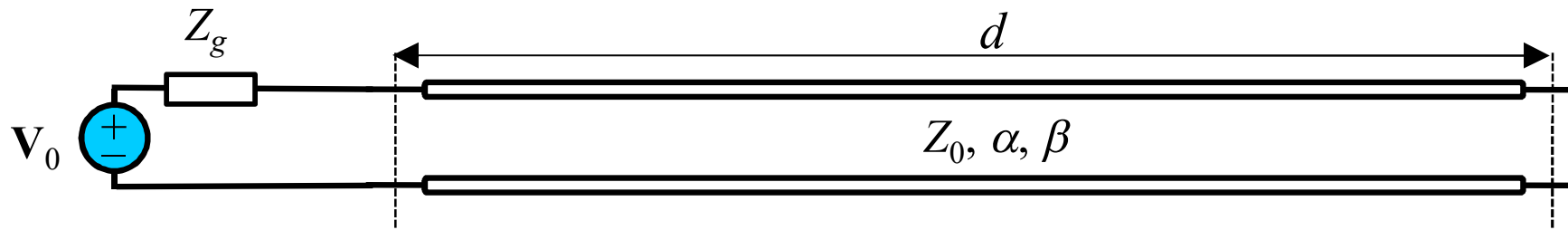
$$V_A = V_0 e^{-\alpha d} e^{-j\beta d}$$

$$Z_A = Z_g$$

$$P_{dA} = P_d e^{-2\alpha d}$$

Matrice di trasmissione di una linea

Caso particolare: generatore adattato alla linea ($Z_g = Z_0$)
linea senza perdite ($\alpha = 0$)



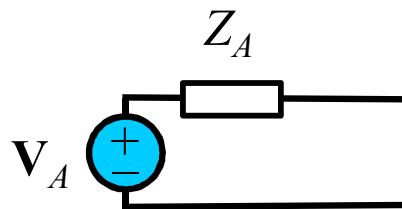
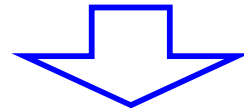
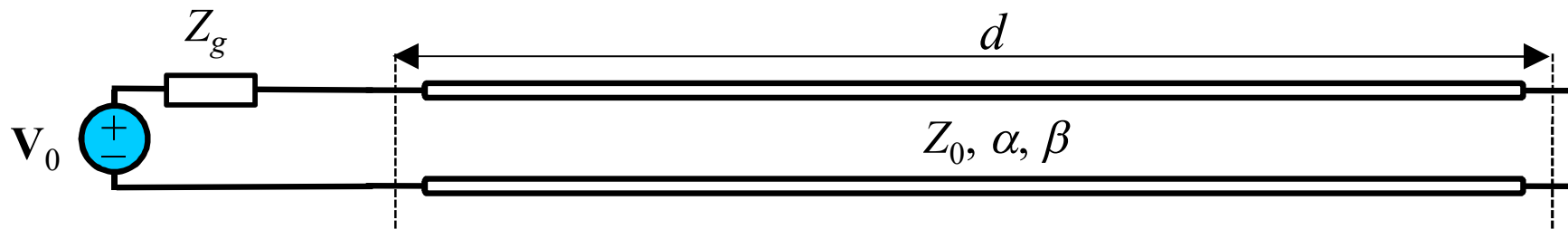
$$V_A = V_0 e^{-j\beta d}$$

$$Z_A = Z_g$$

$$P_{dA} = P_d$$

Matrice di trasmissione di una linea

Caso particolare: generatore adattato alla linea ($Z_g = Z_0$), linea senza perdite ($\alpha = 0$)



$$V_A = V_0 e^{-j\beta d}$$

$$Z_A = Z_g$$

$$P_{dA} = P_d$$

N.B.:
cambia
solo la
fase della
tensione

Carta di Smith

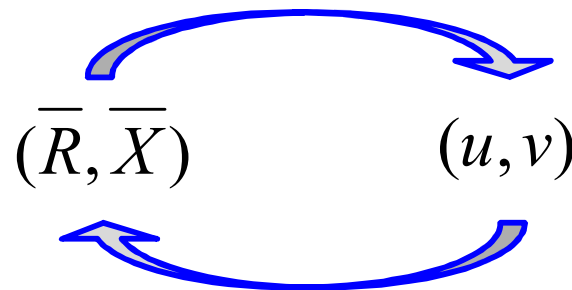
Si definisce l'**impedenza normalizzata**:

$$\bar{Z}(z) = \bar{R}(z) + j\bar{X}(z) = \frac{Z(z)}{Z_0}$$

Indicando con u e v la parte reale e immaginaria di Γ ($\Gamma = u + jv$) si ha :

$$\bar{Z}(z) = \bar{R}(z) + j\bar{X}(z) = \frac{Z(z)}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = \frac{1 + u + jv}{1 - u - jv}$$

Esiste una relazione biunivoca fra le coppie (\bar{R}, \bar{X}) e le coppie (u, v) :



Carta di Smith

Quali curve descrivono $\bar{R} = \text{cost}$ e $\bar{X} = \text{cost}$ sul piano (u,v) ?

$$\bar{R} + j\bar{X} = \frac{1+u+jv}{1-u-jv} = \frac{1-u^2-v^2}{(1-u)^2+v^2} + j\frac{2v}{(1-u)^2+v^2}$$

$$\bar{R} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \left(u - \frac{\bar{R}}{\bar{R}+1}\right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{\bar{R}+1}\right)^2$$

$$\bar{X} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad (u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{\bar{X}}\right)^2 = \frac{1}{\bar{X}^2}$$

Carta di Smith

$$\bar{R} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \left(u - \frac{\bar{R}}{\bar{R} + 1} \right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{\bar{R} + 1} \right)^2$$

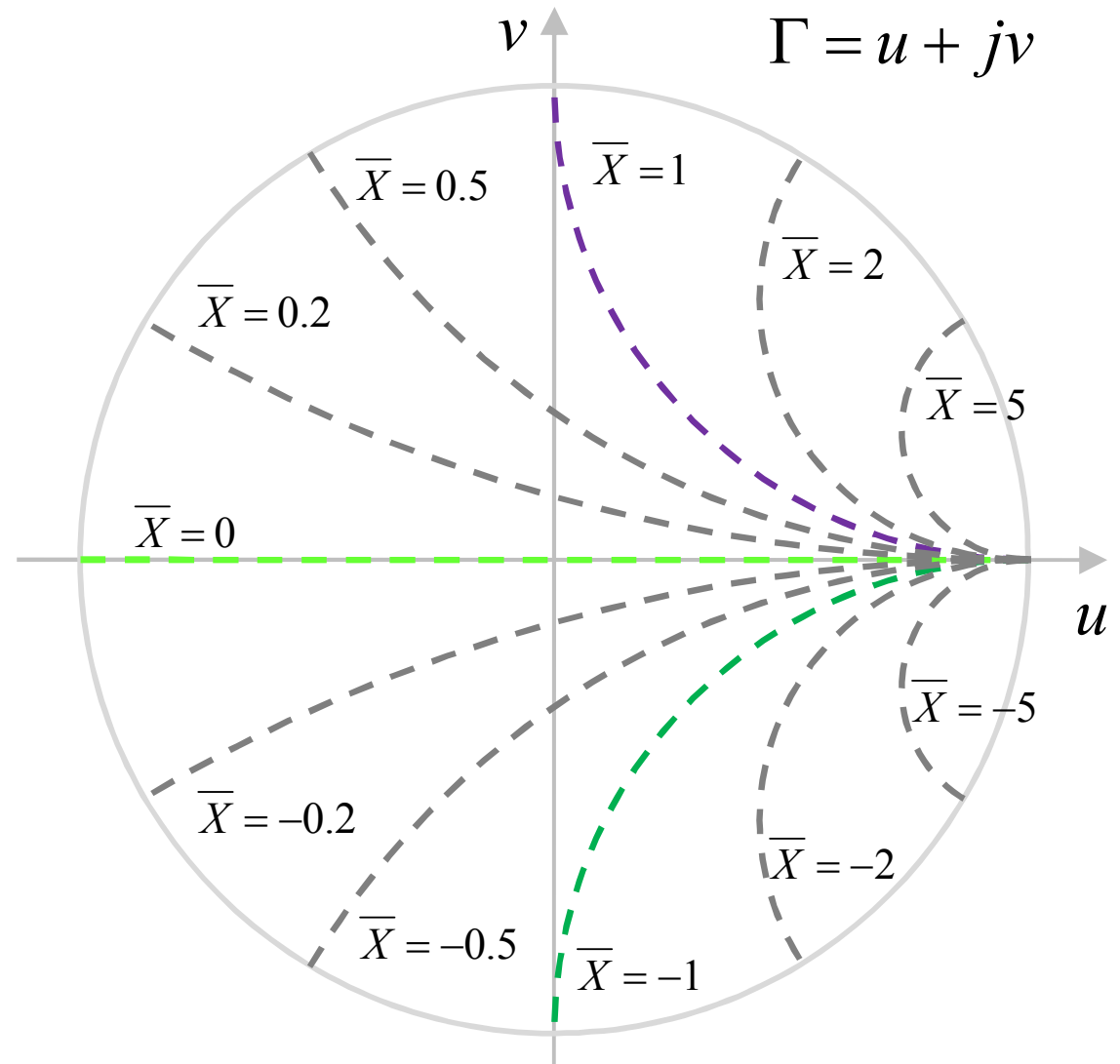
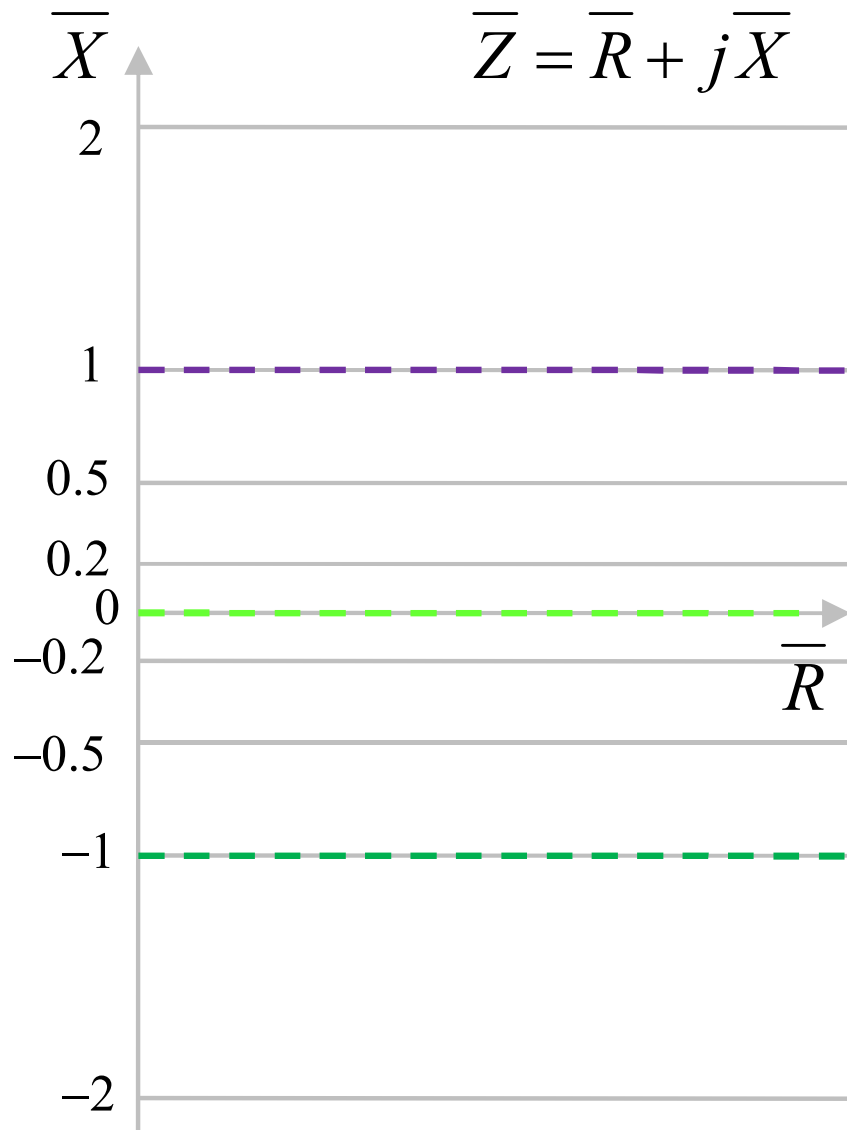
Circonferenze con centro nel punto $\left(\frac{\bar{R}}{\bar{R} + 1}, 0 \right)$ e raggio $\frac{1}{\bar{R} + 1}$

Carta di Smith

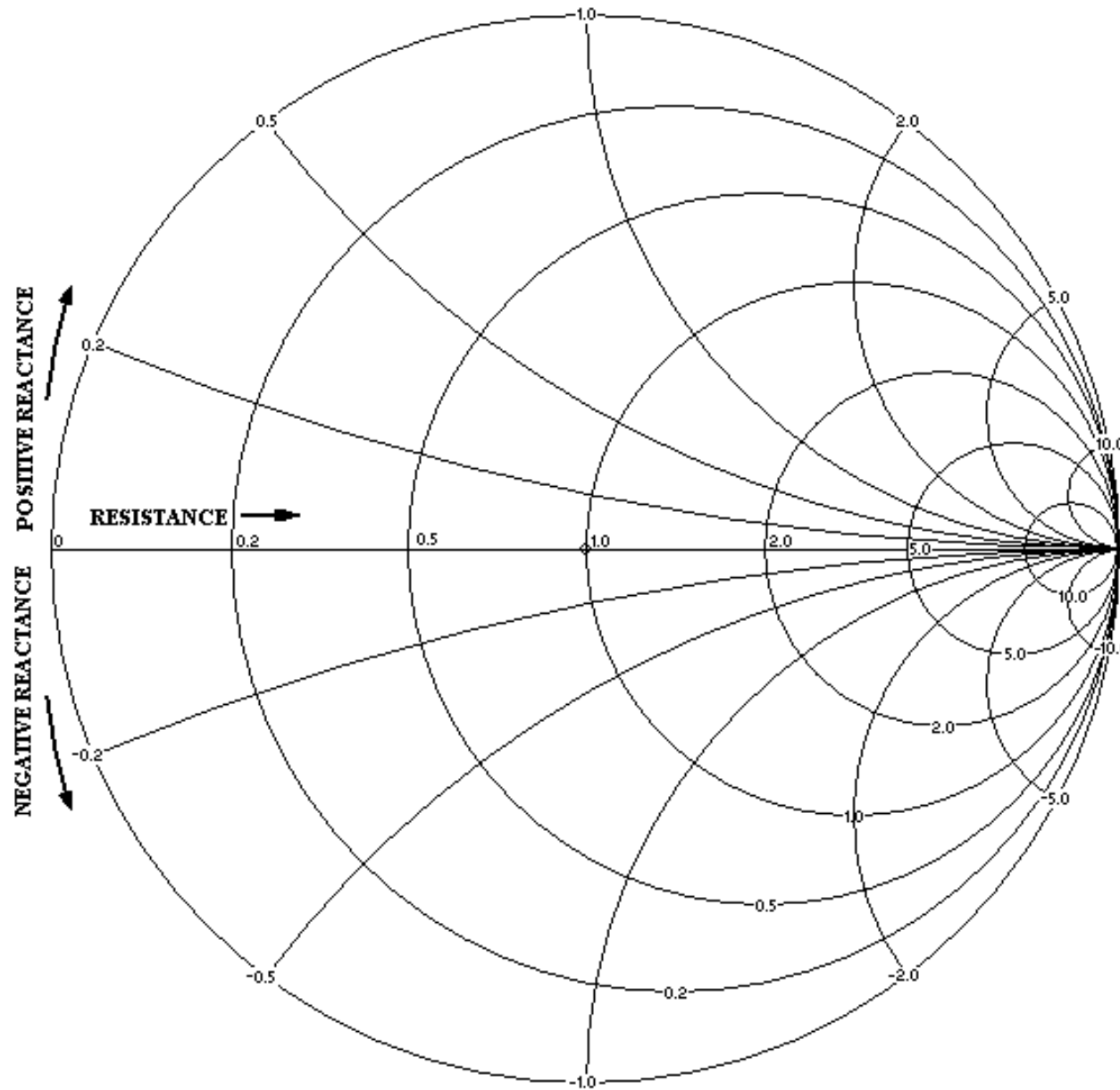
$$\overline{X} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad (u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

Circonferenze con centro nel punto $\left(1, \frac{1}{X}\right)$ e raggio $\frac{1}{X}$

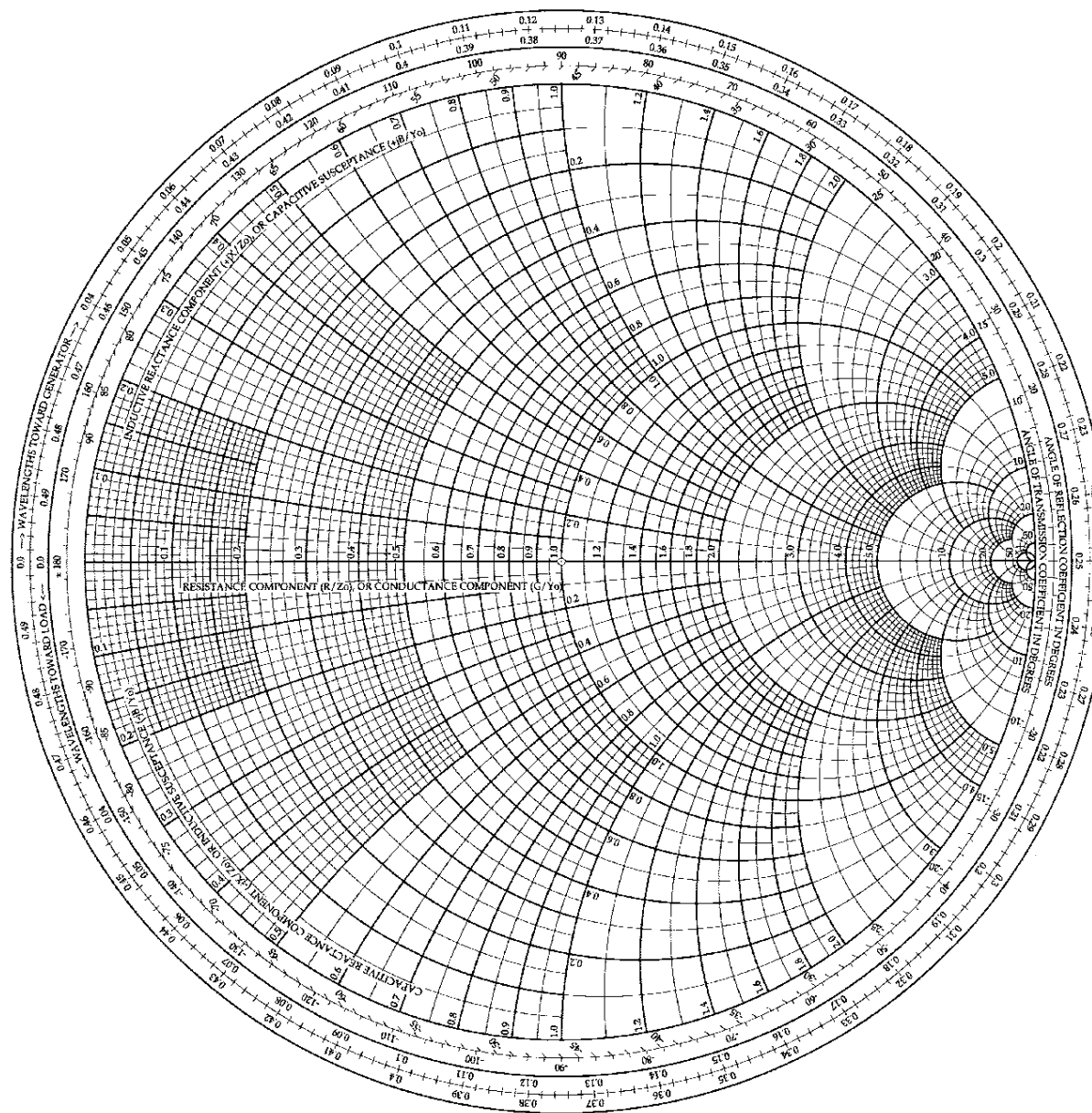
Carta di Smith



Carta di Smith



Carta di Smith

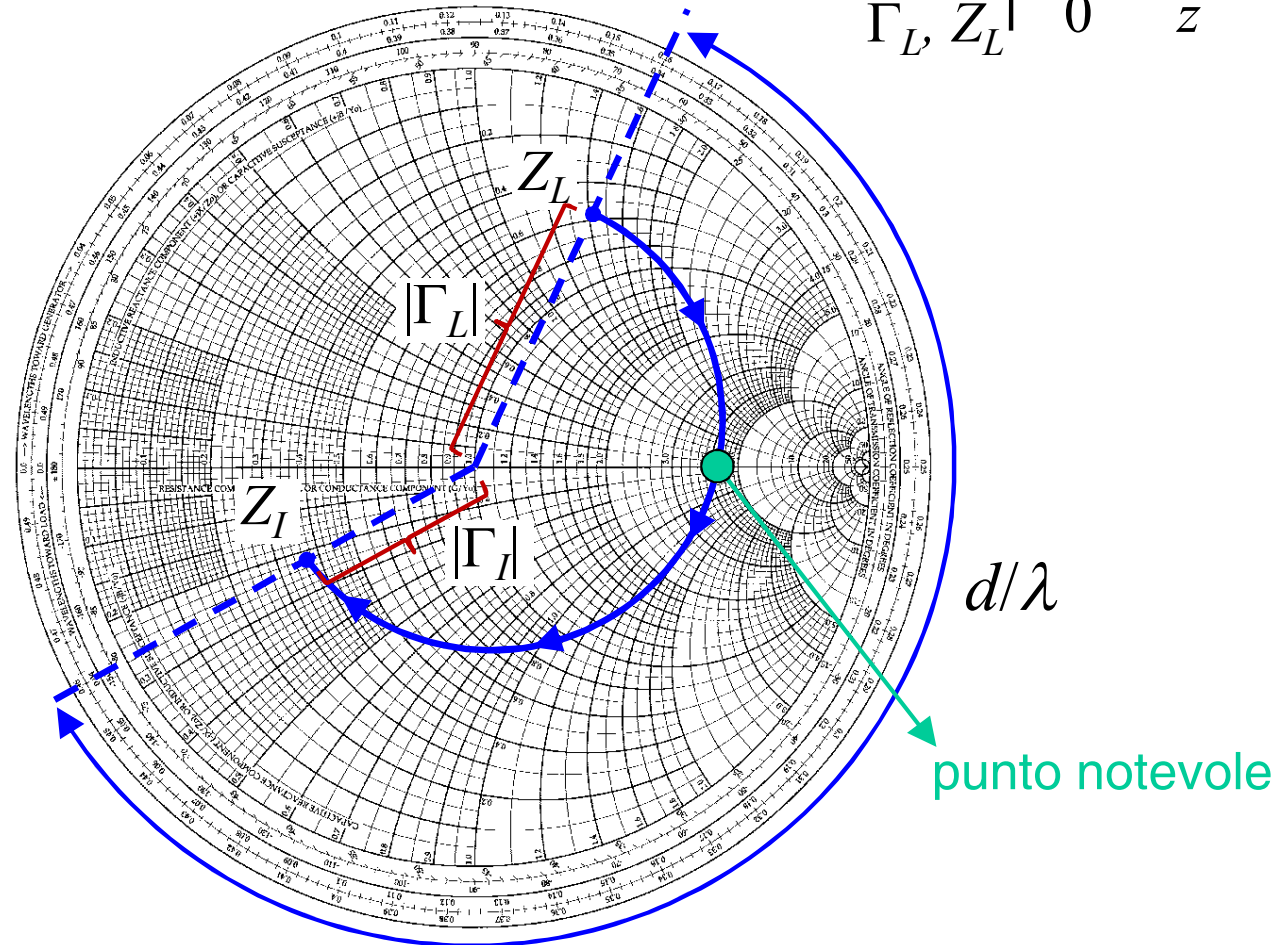


Carta di Smith



$$\Gamma_I = \Gamma_L e^{-2\alpha d} e^{-j4\pi d / \lambda}$$

$$Z_I = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(\alpha + j\beta)d}$$



Carta di Smith

Se si definisce l'**ammettenza normalizzata**:

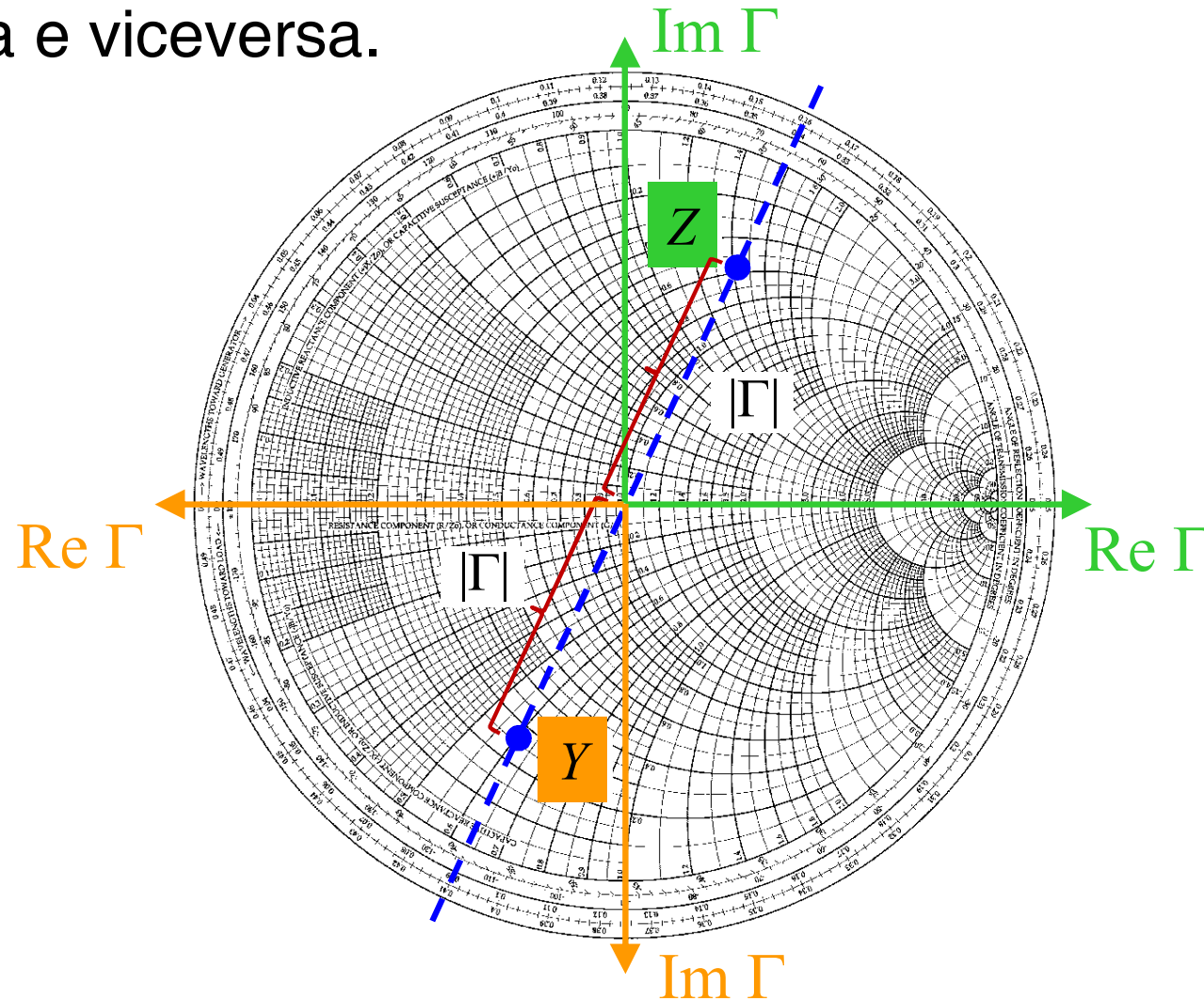
$$\bar{Y}(z) = \bar{G}(z) + j\bar{B}(z) = \frac{Y(z)}{Y_0}$$

Indicando con u e v la parte reale e immaginaria di Γ ($\Gamma = u + jv$) si ha :

$$\bar{Y}(z) = \bar{G}(z) + j\bar{B}(z) = \frac{Y(z)}{Y_0} = \frac{1 - \Gamma(z)}{1 + \Gamma(z)} = \frac{1 - u - jv}{1 + u + jv} = \frac{1}{\bar{Z}(z)}$$

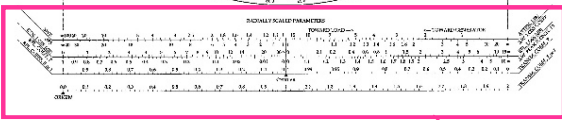
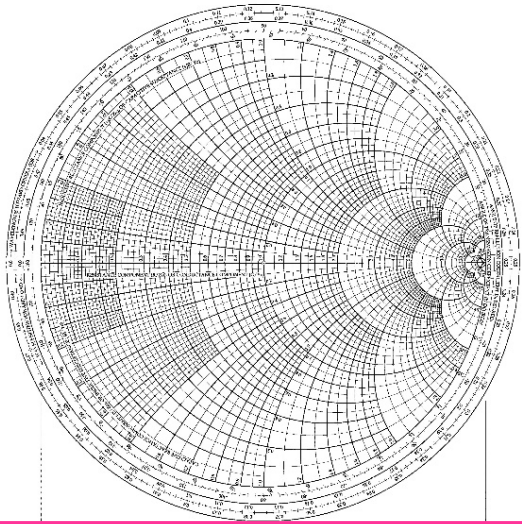
Carta di Smith

Con la Carta di Smith è immediata la trasformazione da impedenza ad ammettenza e viceversa.



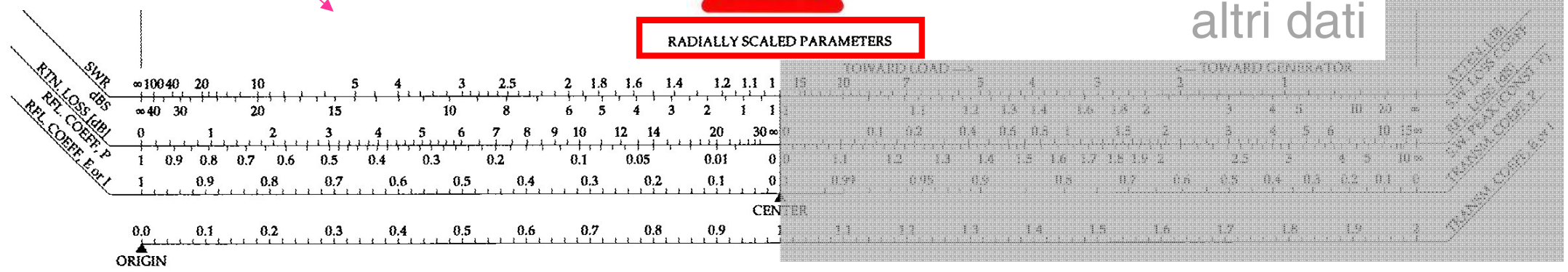
Carta di Smith

The Complete Smith Chart
Black Magic Design



RADIALLY SCALED PARAMETERS

altri dati



Carta di Smith

