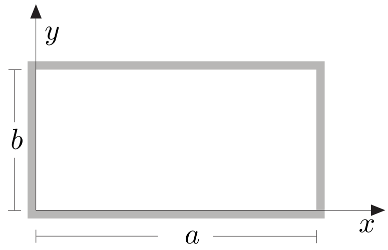
Calcolo dell'attenuazione del modo TE$_{10}$ in una guida rettangolare



Consideriamo ad esempio la guida WR90 che ha le seguenti caratteristiche

a	=	22.86	mm
b	=	10.16	mm
dielettrico	:		aria

assumiamo che la conducibilità dei conduttori sia $\sigma = 3\,10^7$ S / m.
Ci proponiamo di calcolare la costante di attenuazione dovuta alla dissipazione di potenza nei conduttori

$$\alpha \;=\; \alpha_c \;=\; \frac{dP_c}{2Pdz}$$

la dissipazione di potenza nel dielettrico, essendo il dielettrico l'aria, è sicuramente del tutto trascurabile.
La potenza trasportata nella generica sezione z, nel caso si propaghi una sola onda ($I = V/Z$) è :

$$P = \frac{1}{2}\, Z''_{10}\, |\, I''_{10}\,|^2$$

La potenza dissipata sui conduttori tra la sezione z e $z + dz$ è

$$dP_c = \frac{1}{2}\, R_s dz \int_c |\, \vec{H}''_{10}\,|^2 dc$$

Il campo magnetico ideale del modo TE$_{10}$ è dato da

$$\vec{H}''_{10} \quad = \quad \left(\vec{h}''_{10}(x,y) - j\,\vec{u}_z \Phi''_{10}(x,y)\,\frac{f''_{10}}{f}\,\frac{Z''_{10}}{\eta}\right) I''_{10}(z)$$

dove la frequenza di taglio $f''_{10} = c/(2\,a)$ e il vettore modale magnetico, il potenziale e l'impedenza modale sono:

$$\vec{h}''_{10} = \sqrt{\frac{2}{ab}}\;\vec{u}_x\;\sin\frac{\pi x}{a} \qquad \Phi''_{10} = \sqrt{\frac{2}{ab}}\;\cos\frac{\pi x}{a} \qquad Z''_{10} = \frac{\eta}{\sqrt{1-(f''_{10}/f)^2}}$$

pertanto risulta [1]

$$dP_c = R_s\, dz\,\frac{1}{b}\;\frac{1 + 2\,b/a\,(f''_{10}/f)^2}{1-(f''_{10}/f)^2}\;|I''_{10}|^2$$

[1] sui lati $y = 0$ e $y = b$, risulta

$$|\vec{H}''_{10}|^2 = \frac{2}{ab}\left(\sin^2\frac{\pi x}{a} + \cos^2\frac{\pi x}{a}\;\frac{(f''_{10}/f)^2}{1-(f''_{10}/f)^2}\right)|I''_{10}|^2$$

per cui

$$2\int_0^a |\vec{H}''_{10}|^2 dx = \frac{2}{b}\left(1 + \frac{(f''_{10}/f)^2}{1-(f''_{10}/f)^2}\right)|I''_{10}|^2 = \frac{2}{b}\;\frac{1}{1-(f''_{10}/f)^2}\;|I''_{10}|^2$$

mentre sui lati $x = 0$ e $x = a$, risulta

$$|\vec{H}''_{10}|^2 = \frac{2}{ab}\;\frac{(f''_{10}/f)^2}{1-(f''_{10}/f)^2}\;|I''_{10}|^2$$

per cui

$$2\int_0^b |\vec{H}''_{10}|^2 dy = \frac{4}{a}\;\frac{(f''_{10}/f)^2}{1-(f''_{10}/f)^2}\;|I''_{10}|^2$$

pertanto si ha

$$\int_c |\,\vec{H}''_{10}\,|^2 dc = \frac{2}{b}\;\frac{1 + 2\,b/a\,(f''_{10}/f)^2}{1-(f''_{10}/f)^2}\;|I''_{10}|^2$$

e infine

$$\alpha_c = \frac{R_s}{\eta\, b} \, \frac{1 + 2\, b/a\, (f''_{10}/f)^2}{\sqrt{1 - (f''_{10}/f)^2}}$$

Si trova che la frequenza di taglio del modo TE_{10} nella guida considerata è $f''_{10} = 6.561$ GHz, l'andamento della costante di attenuazione con la frequenza è: