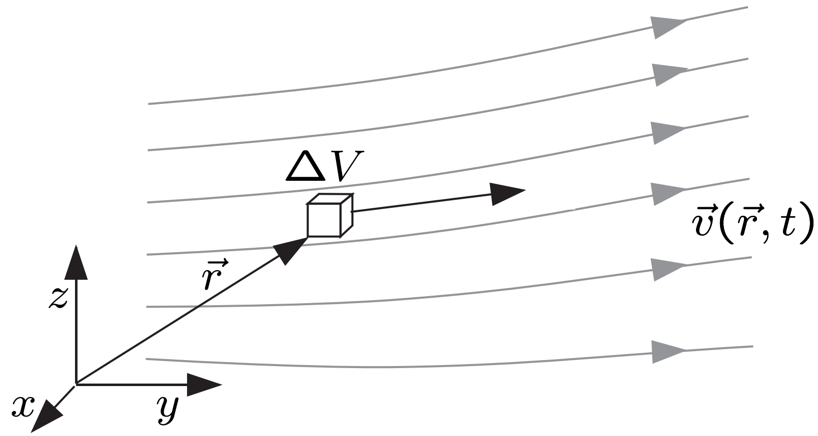
Equazione costitutiva del plasma freddo

$$\vec{\mathcal{P}}(\vec{r},t) \approx 0$$

$$\vec{\mathcal{M}}(\vec{r},t) \approx 0$$

$$\Delta m = m_e\,\mathcal{N}_e(\vec{r},t)\,\Delta V$$

$$\Delta q = -q_e\,\mathcal{N}_e(\vec{r},t)\,\Delta V$$



$$\Delta m\,\frac{d}{dt}\vec{v}(\vec{r},t) = \underbrace{\Delta q\,\left(\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) + \vec{v}(\vec{r},t)\times\vec{\mathcal{B}}_{tot}(\vec{r},t)\right)}_{\text{forza di Lorentz}} - \underbrace{\nu(\vec{r},t)\,\Delta m\,\vec{v}(\vec{r},t)}_{\text{forza d'attrito}}$$

$$\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) = -q_e\,\mathcal{N}_e(\vec{r},t)\,\vec{v}(\vec{r},t)$$

m_e	massa dell'elettrone ($0.911\ 10^{-30}$ Kg)
$\vec{v}(\vec{r},t)$	campo di velocità degli elettroni
q_e	carica dell'elettrone ($1.60\ 10^{-19}$ C)
$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t)$	campo elettrico a radiofrequenza
$\vec{\mathcal{B}}_{tot}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{B}}(\vec{r},t) + \vec{\mathcal{B}}_{\mathrm{O}}(\vec{r})$	induzione magnetica totale
$\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},t)$	induzione magnetica a radiofrequenza
$\vec{\mathcal{B}}_{\mathrm{O}}(\vec{r})$	induzione magnetica terrestre ($\approx 0.5\ 10^{-4}$ T)
$\nu(\vec{r},t)$	frequenza di collisione
$\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)$	densità di corrente
$\mathcal{N}_e(\vec{r},t) = N_e(\vec{r},t) + n_e(\vec{r},t)$	concentrazione elettronica
$N_e(\vec{r},t)$	concentrazione elettronica di equilibrio (in assenza del campo elettromagnetico)
$n_e(\vec{r},t)$	variazione della concentrazione elettronica dovuta alla presenza del campo elettromagnetico

calcolando $\frac{d}{dt}\,\vec{v}(\vec{r},t) = \frac{\partial}{\partial t}\,\vec{v}(\vec{r},t) + (\vec{v}(\vec{r},t)\cdot\nabla)\vec{v}(\vec{r},t)$

sostituendo $\vec{v}(\vec{r},t) = -\ \vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)/(q_e\,\mathcal{N}_e(\vec{r},t)\ )$

e mettendo in evidenza il termine statico dell'induzione magnetica $\vec{\mathcal{B}}_{\mathrm{O}}$ dovuto al campo magnetico terrestre, si ottiene

$$\overbrace{\mathcal{N}_e(\vec{r},t)\frac{\partial}{\partial t}\,\frac{\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)}{\mathcal{N}_e(\vec{r},t)}}^{\text{termine non lineare}} + \nu\,\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) - \frac{1}{q_e}\,\overbrace{(\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)\cdot\nabla)\,\frac{\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)}{\mathcal{N}_e(\vec{r},t)}}^{\text{termine non lineare}}$$

$$= \frac{q_e^2}{m_e}\underbrace{\mathcal{N}_e(\vec{r},t)\,\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t)}_{\text{termine non lineare}} - \frac{q_e}{m_e}\,\underbrace{\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)\times\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},t)}_{\text{termine non lineare}} - \frac{q_e}{m_e}\,\underbrace{\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)\times\vec{\mathcal{B}}_{\mathrm{O}}(\vec{r})}_{\text{termine che dà anisotropia}}$$

N_e e ν dipendono dal tempo a causa di grandezze non elettromagnetiche: irraggiamento solare (nel caso della ionosfera), pressione, temperatura, . . .

n_e dipende dal tempo a causa delle variazioni nel tempo dei campi elettromagnetici, per questo motivo i termini che comprendono $\mathcal{N}_e$ danno non linearità

Limitando lo studio a intervalli di tempo in cui sia possibile trascurare la dipendenza di N_e e ν dalle grandezze non elettromagnetiche (N_e e ν costanti nel tempo), il plasma risulta **stazionario**.
Limitando inoltre lo studio a zone in cui sia possibile trascurare le variazioni con la posizione di N_e, ν e $\vec{\mathcal{B}}_0$, il plasma risulta **omogeneo**

supponendo che l'intensità dei campi elettromagnetici sia "sufficientemente piccola", risulta $n_e(\vec{r}, t) \ll N_e$, ed è quindi possibile approssimare $\mathcal{N}_e(\vec{r}, t)$ con N_e e trascurare tutti termini che contengono prodotti di quantità legate ai campi: in questo modo l'equazione del plasma diventa **lineare**

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) + \nu\ \ \vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) = \epsilon_0\,\omega_p^2\,\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t) - \frac{q_e}{m_e}\,\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) \times \vec{\mathcal{B}}_0$$

$$\omega_p = \frac{q_e\sqrt{N_e}}{\sqrt{m_e\,\epsilon_0}} \qquad \text{pulsazione di plasma}$$

trascurando infine l'effetto del campo magnetico terrestre si ottengono le equazioni costitutive nell'approssimazione di plasma **stazionario**, **omogeneo**, **lineare** e **isotropo**

$$\vec{\mathcal{D}}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t)$$

$$\vec{\mathcal{B}}(\vec{r},t) = \mu_0 \vec{\mathcal{H}}(\vec{r},t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) + \nu\;\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) = \epsilon_0\,\omega_p^2\,\vec{\mathcal{E}}(\vec{r},t)$$

$$\omega_p = \frac{q_e\sqrt{N_e}}{\sqrt{m_e\,\epsilon_0}}$$ pulsazione di plasma

$$f_p\ [\text{Hz}] \approx 8.97\sqrt{N_e\ [\text{m}^{-3}]}$$ frequenza di plasma