# Onde piane

costante complessa

vettore di posizione

$$\vec{E} = -\frac{\vec{\gamma} \times \vec{H}}{j\omega\epsilon}$$

$$\vec{E} = A\, e^{-\vec{\gamma}\cdot\vec{r}}\, \vec{p}$$

vettore costante complesso

vettore di polarizzazione (costante)

$$\vec{H} = \frac{\vec{\gamma} \times \vec{E}}{j\omega\mu}$$

**le equazioni di Maxwell impongono**

$$\begin{cases} \vec{p} \cdot \vec{\gamma} = 0 \\ \vec{\gamma} \cdot \vec{\gamma} = -k^2 \end{cases}$$

$$\vec{\beta} = \mathrm{Im}(\vec{\gamma})$$

$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v}{f}$$

vettore d'onda

velocità di fase

lunghezza d'onda

# Onde piane uniformi

**onde TEM**

$$\vec{\gamma} = (\alpha + j\beta)\vec{u}$$

**versore reale**

**costante di attenuazione**

**costante di fase**

$$\vec{E} = -\,\eta\vec{u} \times \vec{H}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{u} \times \vec{E}}{\eta}$$

**impedenza caratteristica del mezzo**

$$\vec{E} = A\,e^{-(\alpha + j\beta)\vec{u}\cdot\vec{r}}\,\vec{p}$$

$$\vec{p} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\alpha = -\,\mathrm{Im}(k) = \omega\sqrt{|\epsilon\mu|}\ \sin\frac{\theta_e + \theta_m}{2}$$

$$\beta = \mathrm{Re}(k) = \omega\sqrt{|\epsilon\mu|}\ \cos\frac{\theta_e + \theta_m}{2}$$

$$\eta = \frac{\omega\mu}{k} = \frac{k}{\omega\epsilon} = \sqrt{\left|\frac{\mu}{\epsilon}\right|}e^{j\,(\theta_e - \theta_m)/2}$$

**vettore di Poynting complesso**

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}^*}{2} = \vec{u}\,\frac{|\,\vec{E}\,|^2}{2\,\eta^*} = \vec{u}\,\eta\,\frac{|\,\vec{H}\,|^2}{2}$$

$$W = \mathrm{Re}(\vec{S}) \cdot \vec{u} = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{\eta^*}\right)\frac{|\,\vec{E}\,|^2}{2} = \mathrm{Re}(\eta)\,\frac{|\,\vec{H}\,|^2}{2}$$

**densità di potenza**

## Onde piane evanescenti

$$\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + j\vec{\beta}$$

**vettori reali non paralleli**

**polarizzazione lineare**

$$\vec{p} \cdot \vec{\gamma} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \vec{p}_\perp &= \frac{\vec{\alpha} \times \vec{\beta}}{|\,\vec{\alpha} \times \vec{\beta}\,|} \\ \vec{p}_\parallel &= \frac{\vec{\gamma} \times \vec{p}_\perp}{|\,\vec{\gamma}\,|} \end{aligned}$$

**polarizzazione ellittica**

$$\vec{\gamma} \cdot \vec{\gamma} = -k^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} |\,\vec{\beta}\,|^2 - |\,\vec{\alpha}\,|^2 = \mathrm{Re}(k^2) \\ 2\,\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -\,\mathrm{Im}(k^2) \end{cases}$$

# Onde TE

$$
\begin{aligned}
\vec{E} &= F\, e^{-\vec{\gamma}\cdot\vec{r}}\, \vec{p}_{\perp} \\
\vec{H} &= \frac{\vec{\gamma}\times\vec{E}}{j\omega\mu} = \frac{|\,\vec{\gamma}\,|}{jk}\, \frac{F\, e^{-\vec{\gamma}\cdot\vec{r}}}{\eta}\, \vec{p}_{\|} \\
\vec{S} &= \frac{\vec{E}\times(\vec{\gamma}\times\vec{E})^*}{2(j\omega\mu)^*} = -\frac{\vec{\gamma}^*}{jk^*}\, \frac{|\,\vec{E}\,|^2}{2\,\eta^*} = -\frac{\vec{\gamma}^*}{jk^*}\, \frac{|\,F\,|^2 e^{-2\vec{\alpha}\cdot\vec{r}}}{2\,\eta^*}
\end{aligned}
$$

# Onde TM

$$
\begin{aligned}
\vec{E} &= F\, e^{-\vec{\gamma}\cdot\vec{r}}\, \vec{p}_{\parallel} \\
\vec{H} &= \frac{\vec{\gamma}\times\vec{E}}{j\omega\mu} = -\frac{jk}{|\,\vec{\gamma}\,|}\, \frac{F\, e^{-\vec{\gamma}\cdot\vec{r}}}{\eta}\, \vec{p}_{\perp} \\
\vec{S} &= -\frac{(\vec{\gamma}\times\vec{H})\times\vec{H}^*}{2(j\omega\epsilon)} = \frac{\vec{\gamma}}{jk}\, \frac{\eta\,|\,\vec{H}\,|^2}{2} = \frac{\vec{\gamma}\, k^*}{j\,|\,\vec{\gamma}\,|^2}\, \frac{|\,F\,|^2 e^{-2\vec{\alpha}\cdot\vec{r}}}{2\,\eta^*}
\end{aligned}
$$