



Facoltà di Ingegneria
Università degli studi di Pavia

Corso di Laurea Triennale in
Ingegneria Elettronica e Informatica

Circuiti Elettrici Lineari

Leggi Fondamentali

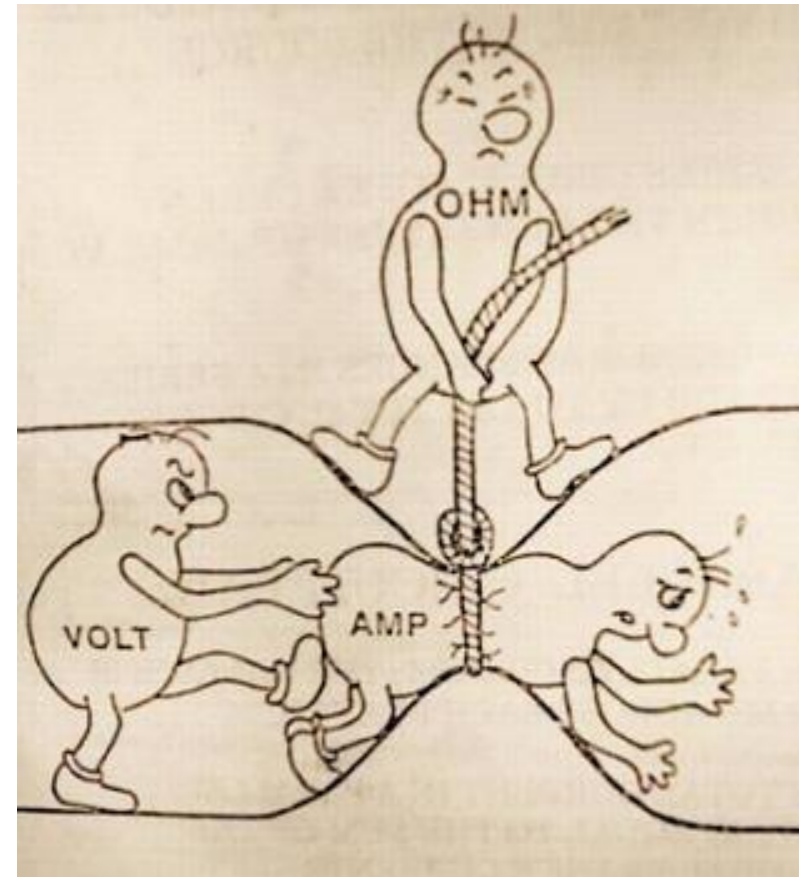
Sommario

- Resistenza elettrica e Legge di Ohm
- Corto circuito, circuito aperto, conduttanza
- Potenza dissipata da un resistore
- Rami, nodi e maglie in un circuito elettrico
- Elementi in serie e in parallelo
- Legge di Kirchhoff delle correnti (KCL)
- Legge di Kirchhoff delle tensioni (KVL)
- Resistenze in serie e partitore di tensione
- Resistenze in parallelo e partitore di corrente
- Configurazioni a stella e a triangolo

Resistenza elettrica

Resistenza: capacità di un elemento di opporsi al flusso delle cariche elettriche.

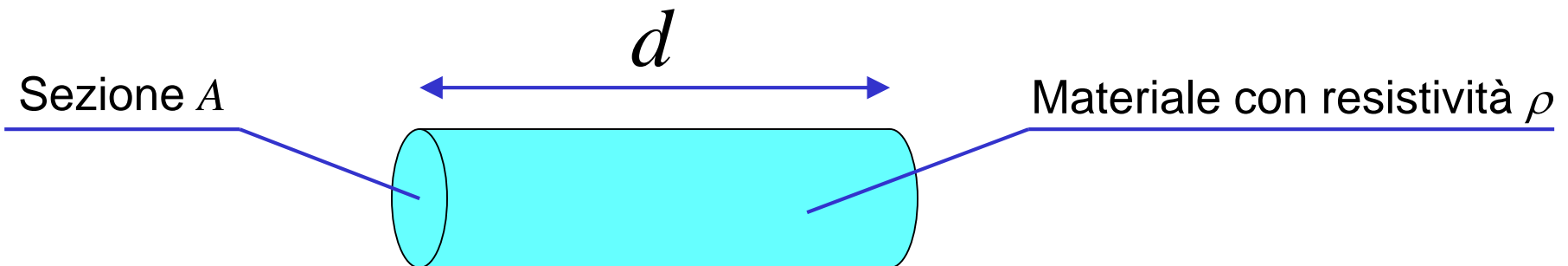
Si misura in **ohm** (Ω) in onore di George Simon Alfred Ohm (1789-1854).



Resistenza elettrica

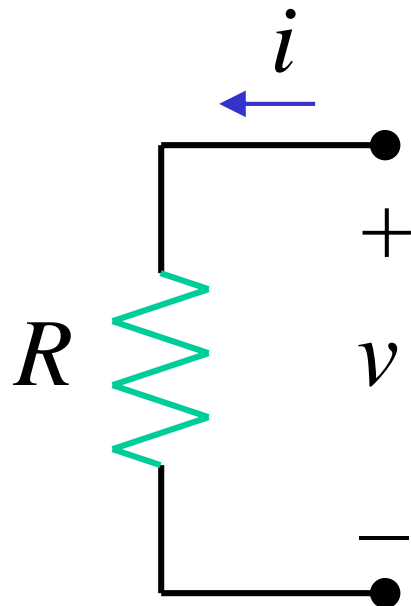
La resistenza di un tratto di materiale a sezione costante si calcola con la seguente formula:

$$R = \rho \frac{d}{A} \quad (R \geq 0)$$



Legge di Ohm

La tensione v su un resistore è direttamente proporzionale alla corrente i che lo attraversa. La costante di proporzionalità è la resistenza R .

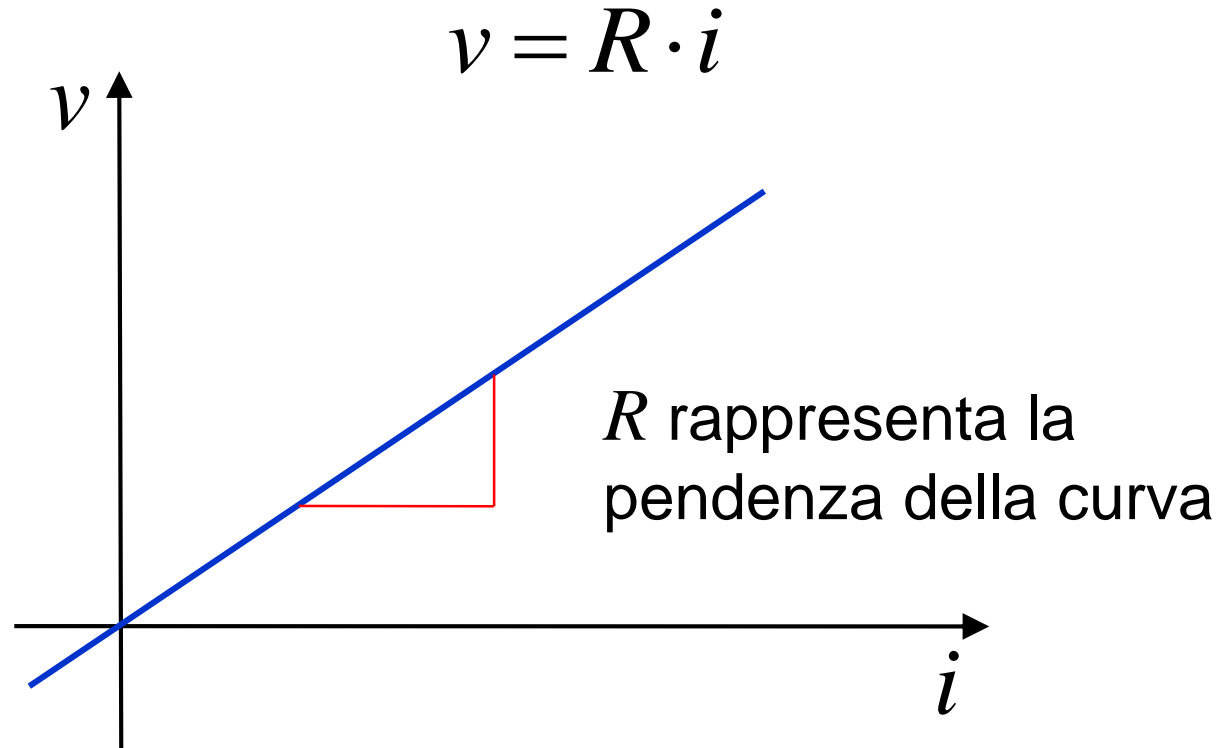
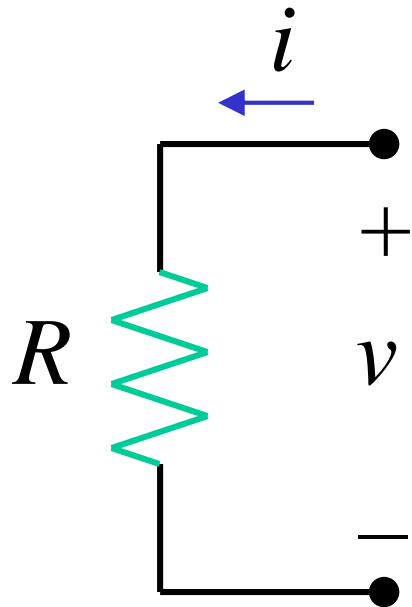


$$v = R \cdot i$$

(con la convenzione degli utilizzatori)

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A}$$

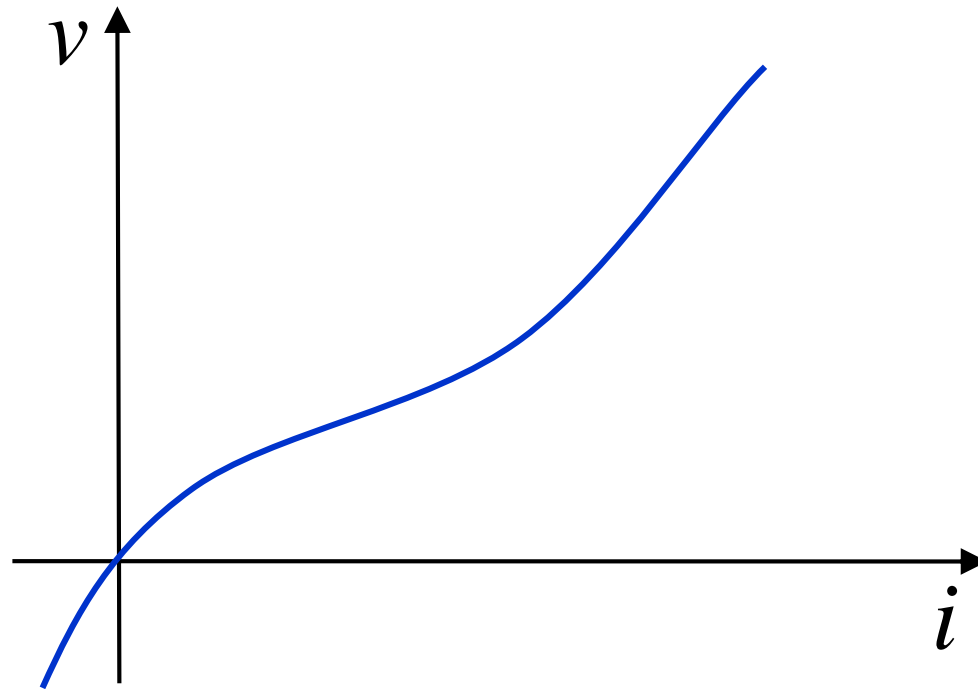
Legge di Ohm



Un resistore che obbedisce alla legge di Ohm è un elemento lineare.

Resistori non lineari

Esistono elementi che si comportano in maniera resistiva, ma con una caratteristica corrente-tensione che non segue la legge di Ohm. Per tale motivo essi vengono detti resistori non-lineari.

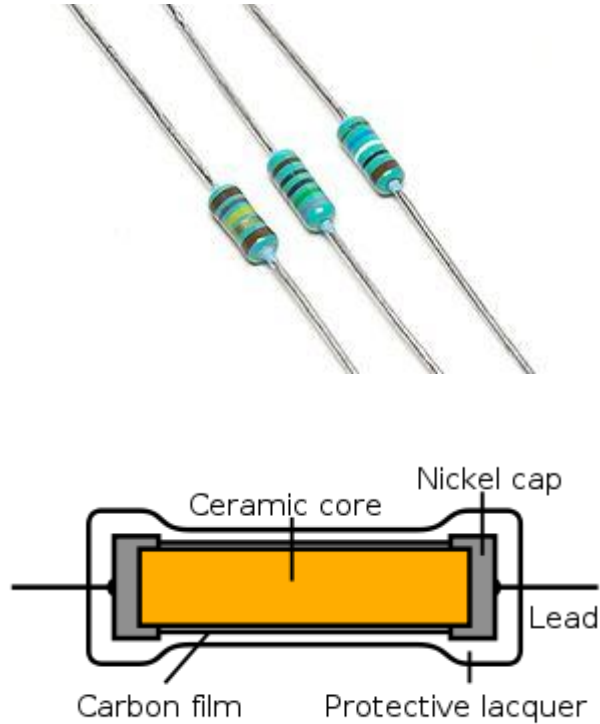


Sensori resistivi

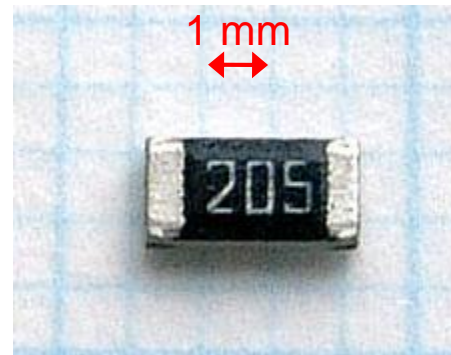
La resistività di alcune sostanze (ad es. ossidi e titanati) varia al variare di un parametro fisico esterno.

causa	denominazione
temperatura	termoresistenza termistore
tensione	varistore
illuminazione	fotoresistore
campo magnetico	magnetoresistore
deformazione	“strain-gauge”

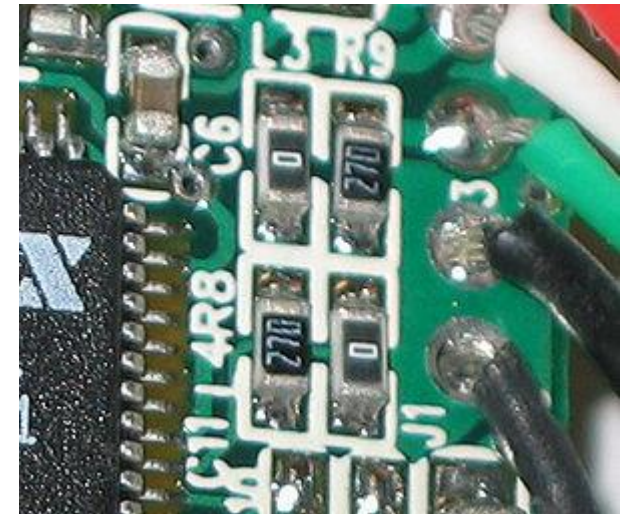
Nozioni pratiche sui resistori



Struttura di un resistore a strato di carbone

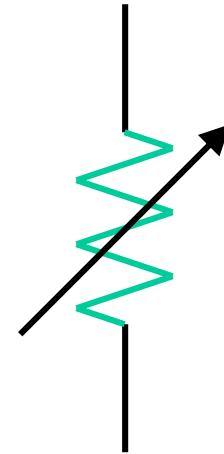
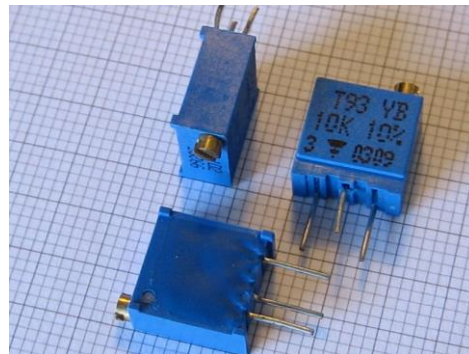
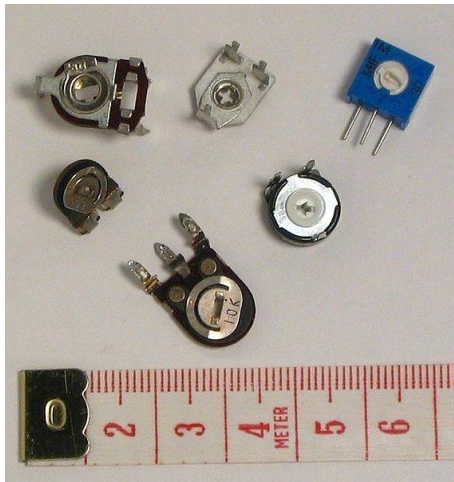


Resistore a montaggio superficiale (SMD) da 2 megaohm



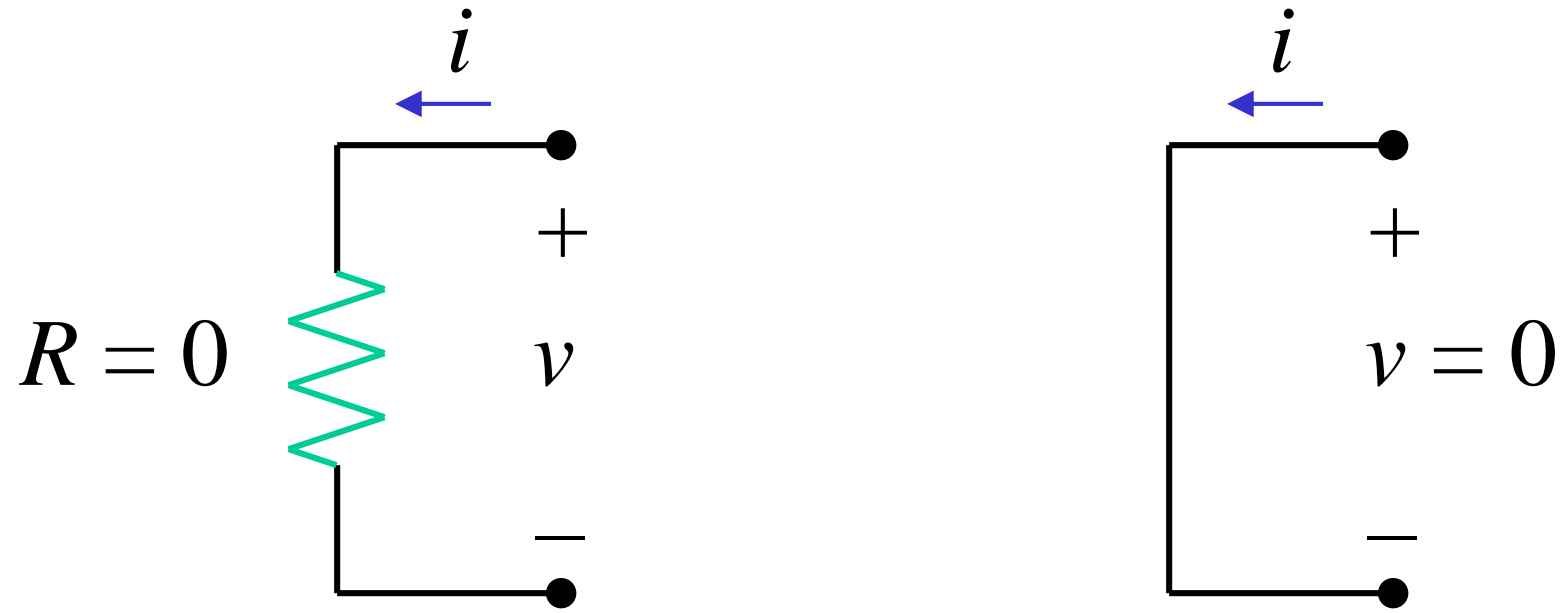
Nozioni pratiche sui resistori

Resistenze di valore variabile: potenziometri e trimmer



Simbolo comunemente usato per indicare una resistenza variabile

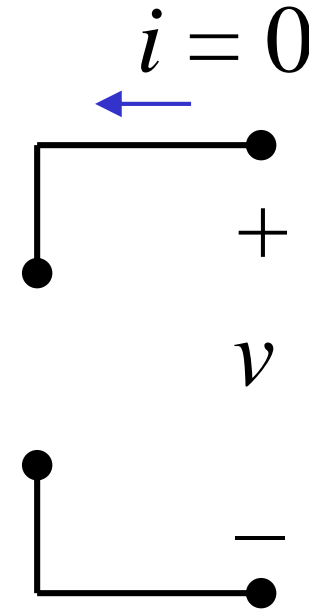
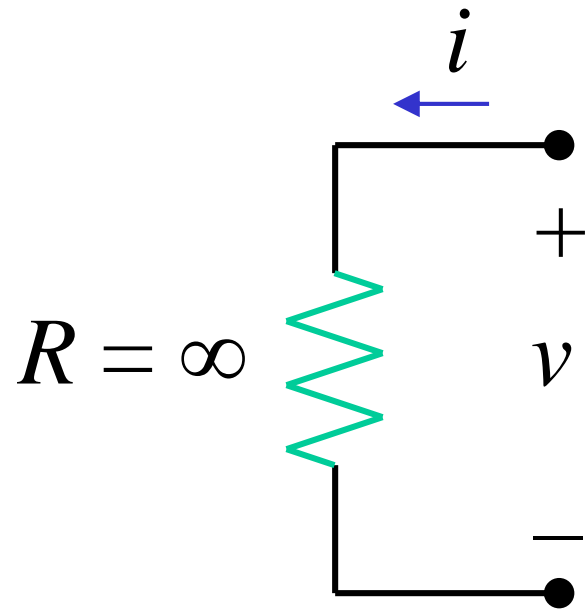
Corto circuito



$$v = R \cdot i = 0$$

La tensione v è nulla qualunque sia la corrente i

Circuito aperto



$$i = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{v}{R} = 0$$

La corrente i è nulla qualunque sia la tensione v

Conduttanza

Conduttanza: capacità di un elemento di condurre la corrente elettrica.

$$G = \frac{1}{R} = \frac{i}{v} \quad (G \geq 0)$$

$$1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1} = 1 \text{ A/V}$$

Si misura in **siemens** (S) in onore di Ernst Werner von Siemens (1816-1892)

Potenza dissipata da un resistore

$$p = v \cdot i = (R \cdot i) \cdot i = R \cdot i^2 = \frac{i^2}{G}$$

$$p = v \cdot i = v \cdot \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R} = G \cdot v^2$$

Potenza dissipata da un resistore

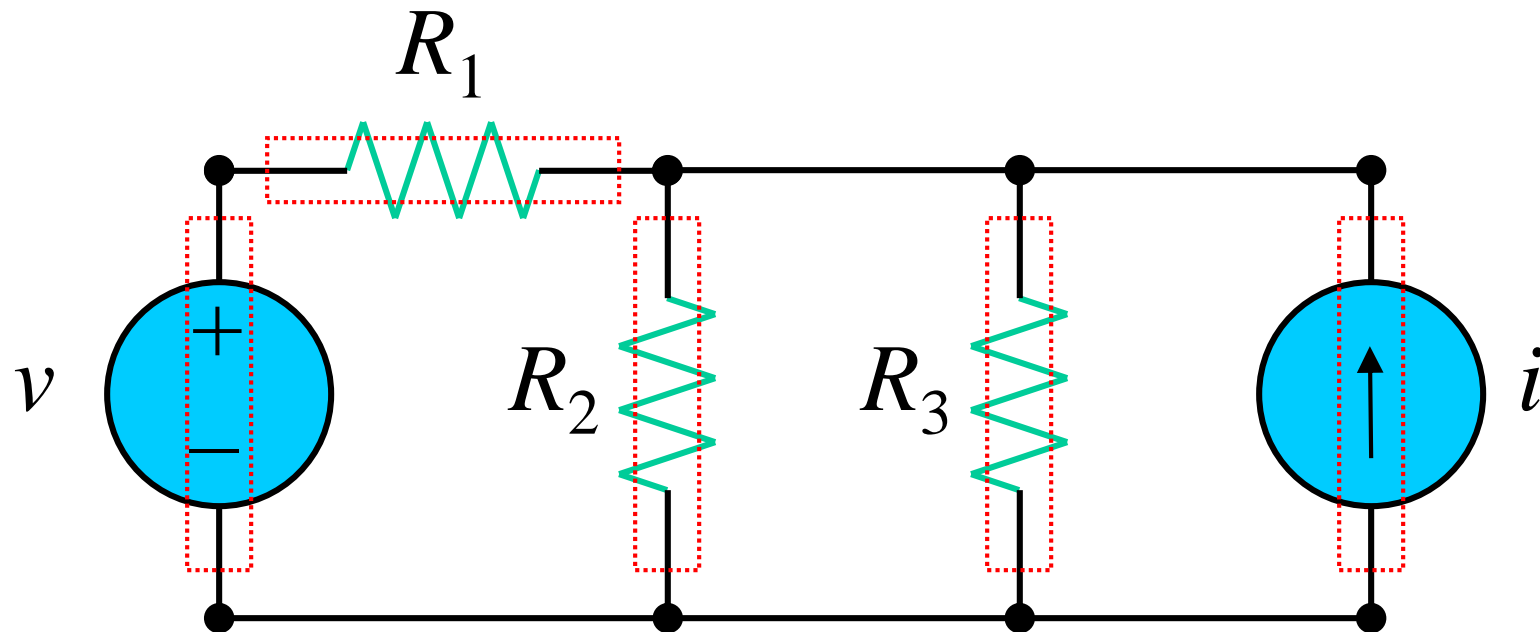
$$p = v \cdot i = R \cdot i^2 = \frac{v^2}{R} = v^2 \cdot G = \frac{i^2}{G}$$

La potenza è **funzione non lineare** della corrente o della tensione.

Ricordando che $R \geq 0$ e $G \geq 0$ si ha che $p \geq 0$ e quindi **un resistore assorbe sempre potenza** dal circuito (elemento passivo).

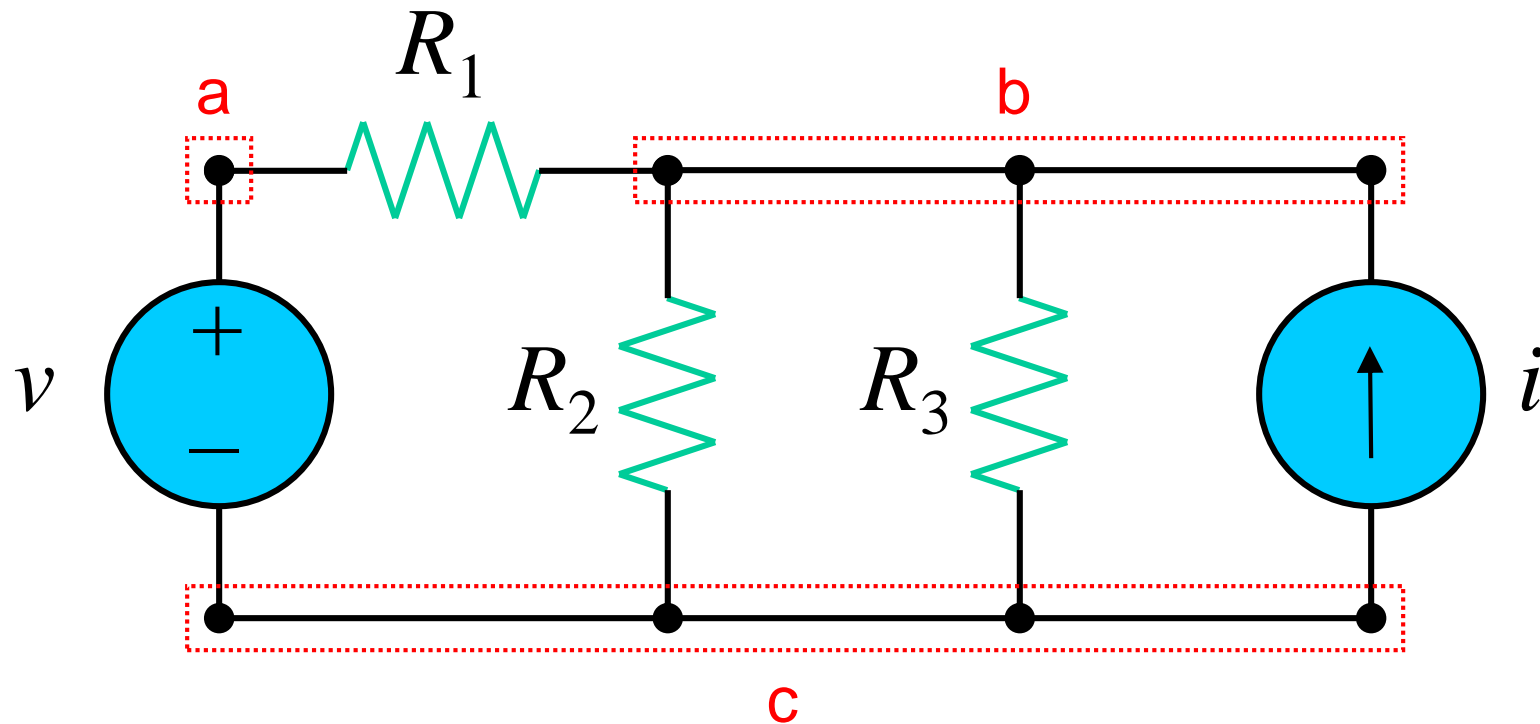
Rami, nodi e maglie

Ramo: singolo elemento a due terminali (bipolo) incluso nel circuito.



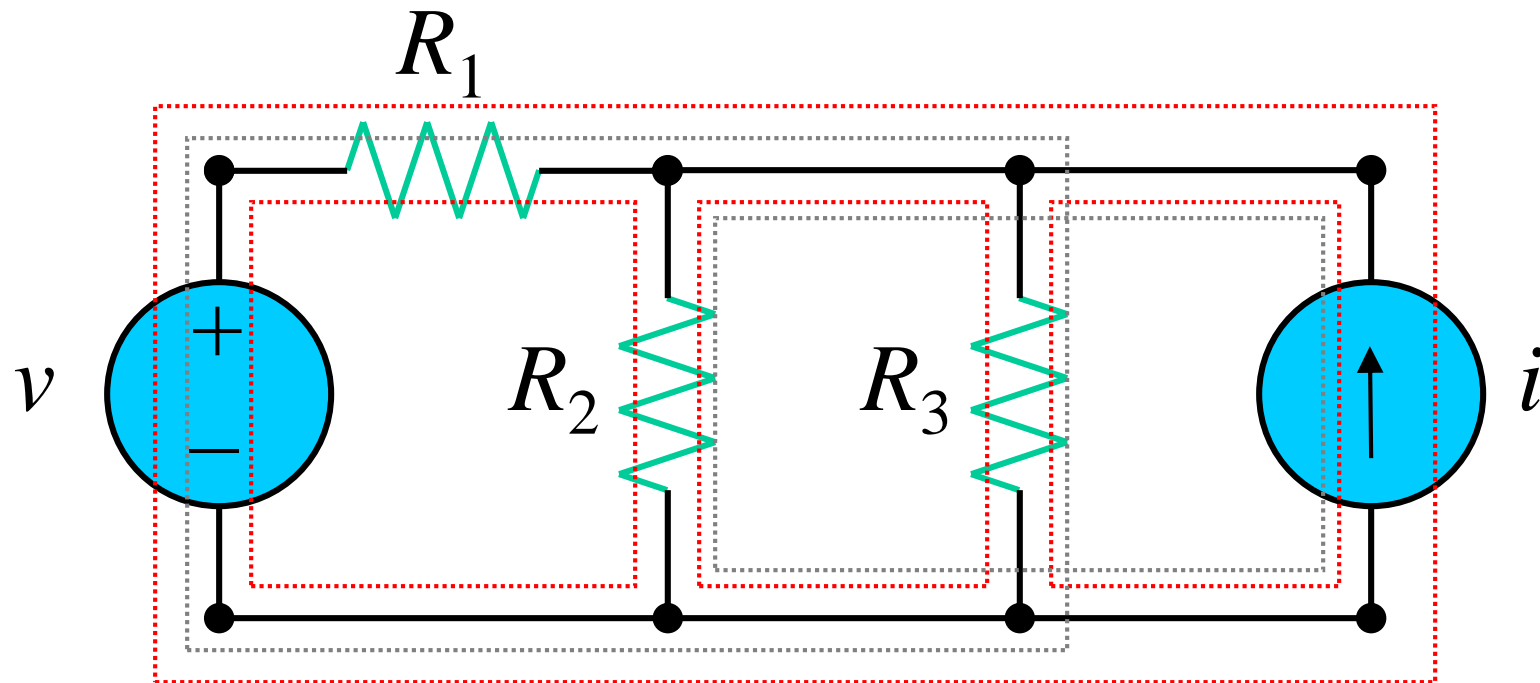
Rami, nodi e maglie

Nodo: punto di interconnessione di due o più rami.



Rami, nodi e maglie

Maglia: percorso chiuso ottenuto passando non più di una volta attraverso una qualunque sequenza di nodi.



Rami, nodi e maglie

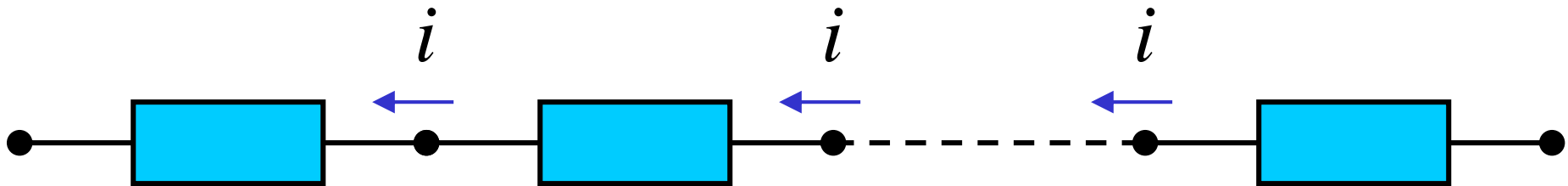
Maglia indipendente: maglia che contiene un ramo che non appartiene a nessun'altra maglia.

$$N_{\text{rami}} = N_{\text{maglie indipendenti}} + N_{\text{nodi}} - 1$$

Maglie indipendenti danno luogo ad equazioni indipendenti

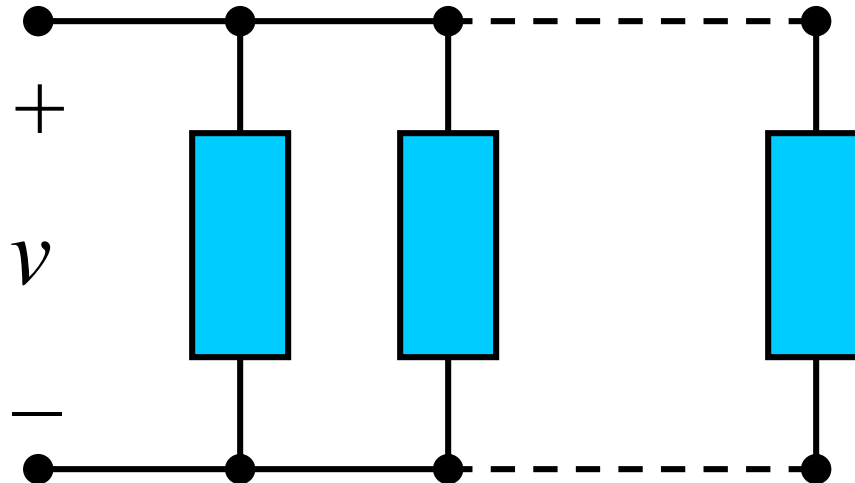
Elementi in serie e in parallelo

Due o più **elementi** sono detti **in serie** se sono concatenati (percorsi dalla stessa corrente)



Elementi in serie e in parallelo

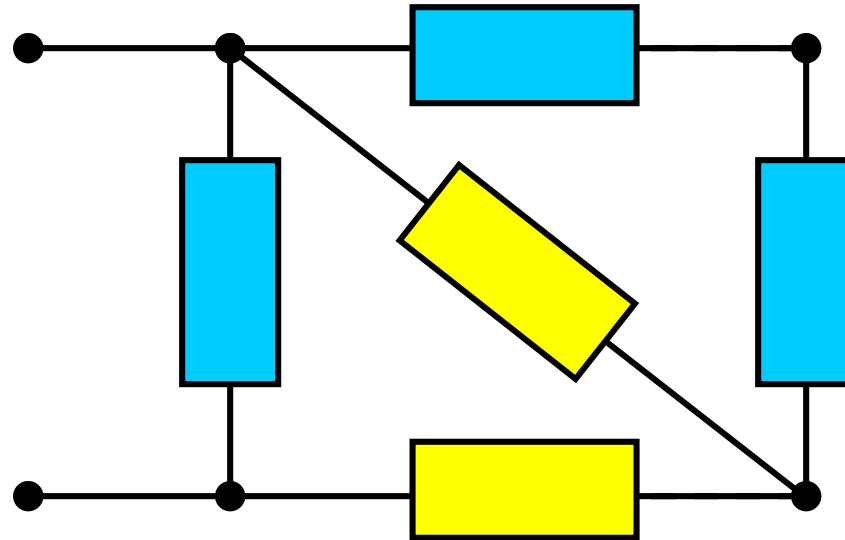
Due o più **elementi** sono detti **in parallelo** se sono collegati alla stessa coppia di nodi (stessa tensione ai capi)



Elementi in serie e in parallelo

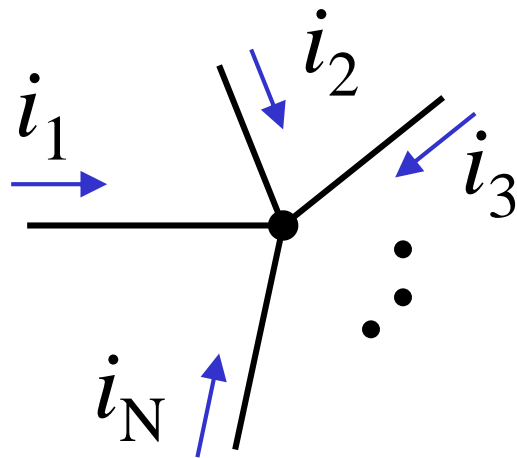
Attenzione!

Pur avendo un morsetto in comune, due elementi possono essere né in serie né in parallelo



Legge di Kirchhoff delle correnti (KCL)

La somma algebrica delle correnti che entrano in un nodo è zero



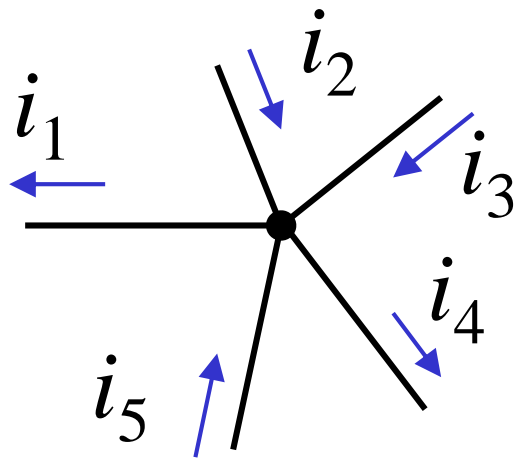
$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

Formulata nel 1845 da Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887)

Legge di Kirchhoff delle correnti (KCL)

La somma delle correnti che entrano in un nodo è uguale alla somma delle correnti che escono dal nodo

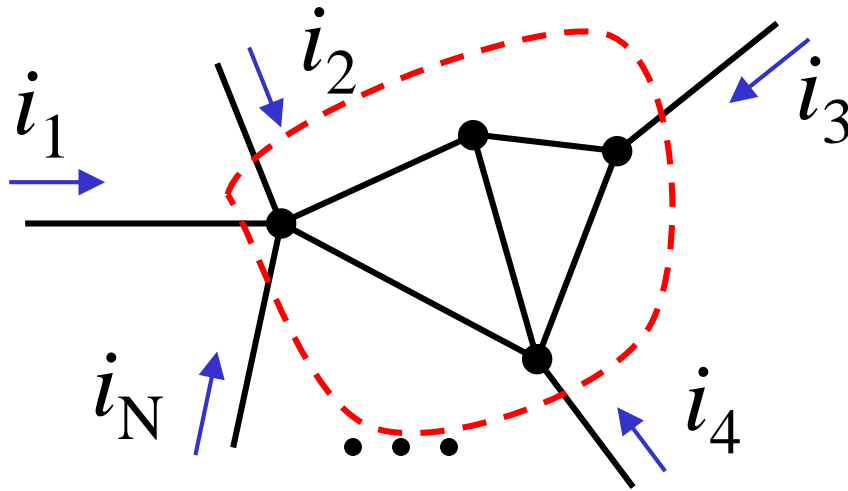
Esempio:



$$i_2 + i_3 + i_5 = i_1 + i_4$$

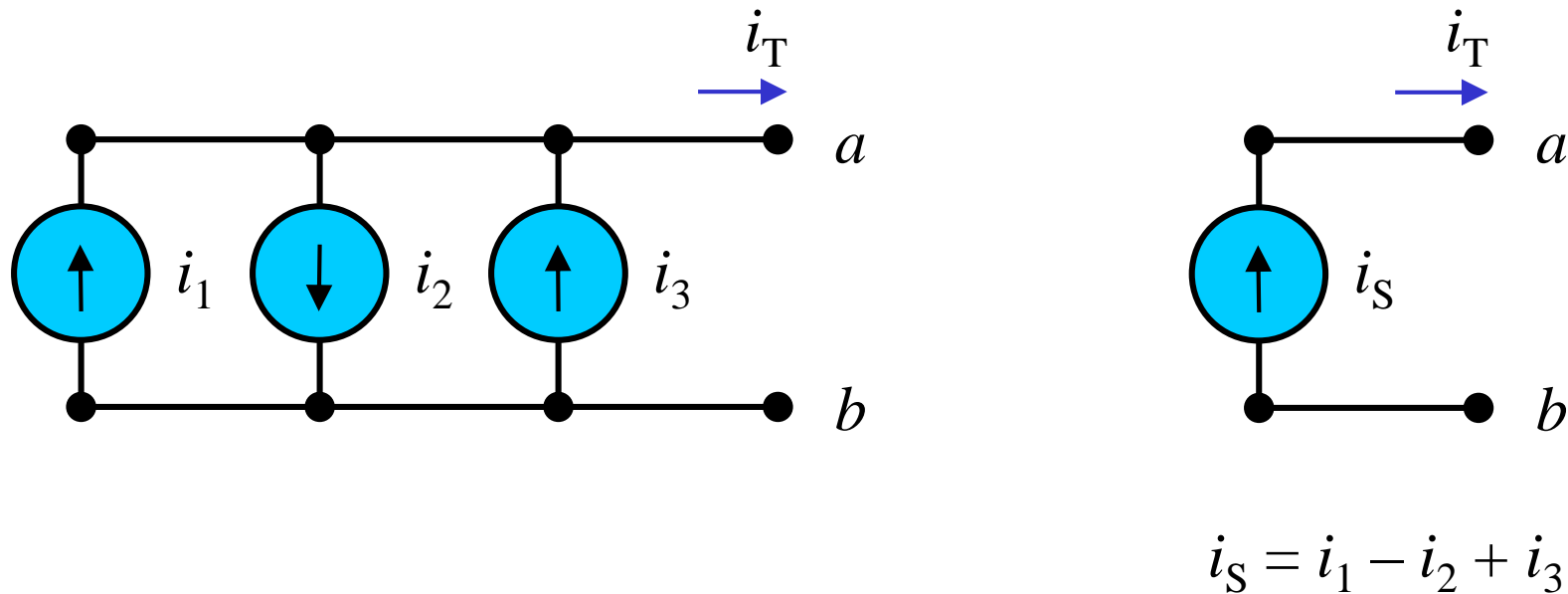
Legge di Kirchhoff delle correnti (KCL)

Generalizzazione: la somma algebrica delle correnti che entrano in una superficie chiusa è zero



$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

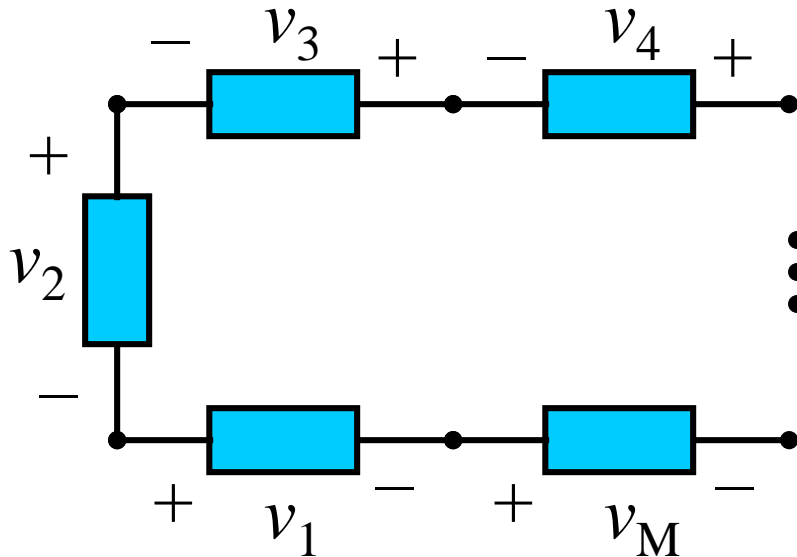
Generatori di corrente in parallelo



Il generatore di destra è equivalente al circuito di sinistra (hanno la stessa relazione $i-v$ ai terminali ab).

Legge di Kirchhoff delle tensioni (KVL)

La somma algebrica delle tensioni lungo un percorso chiuso (maglia) è zero

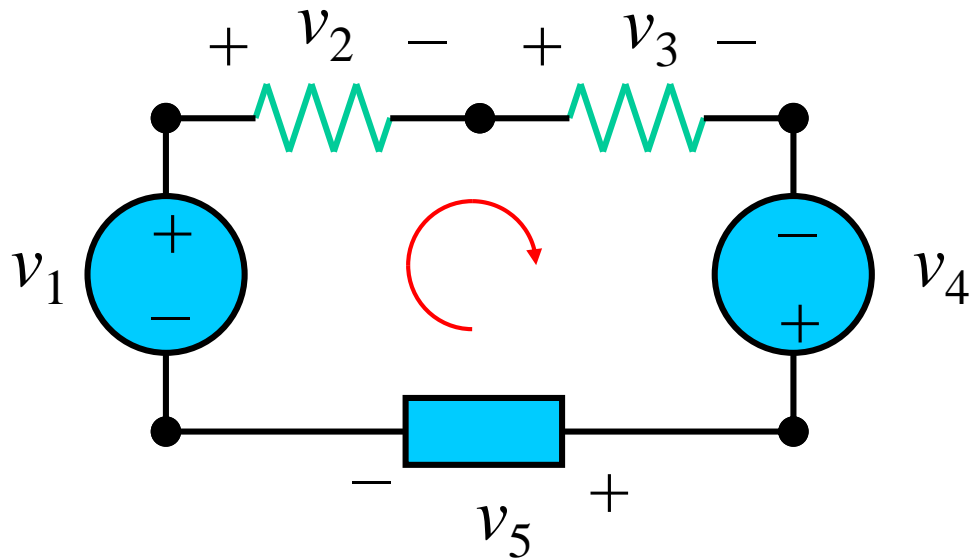


$$\sum_{m=1}^M v_m = 0$$

Legge di Kirchhoff delle tensioni (KVL)

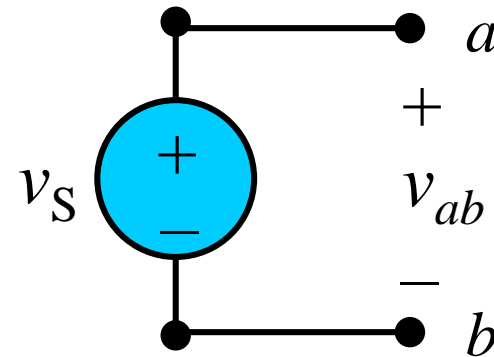
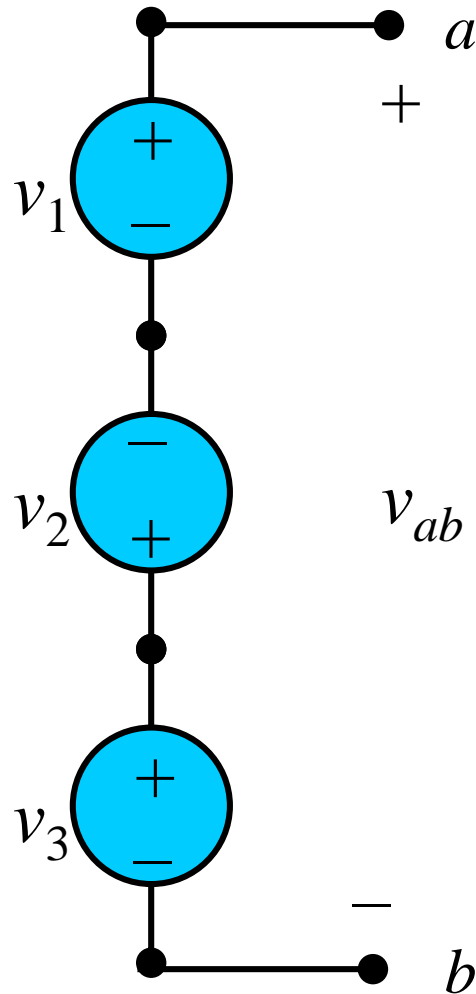
La somma delle cadute di tensione è uguale alla somma degli aumenti di tensione

Esempio:



$$v_2 + v_3 + v_5 = v_1 + v_4$$

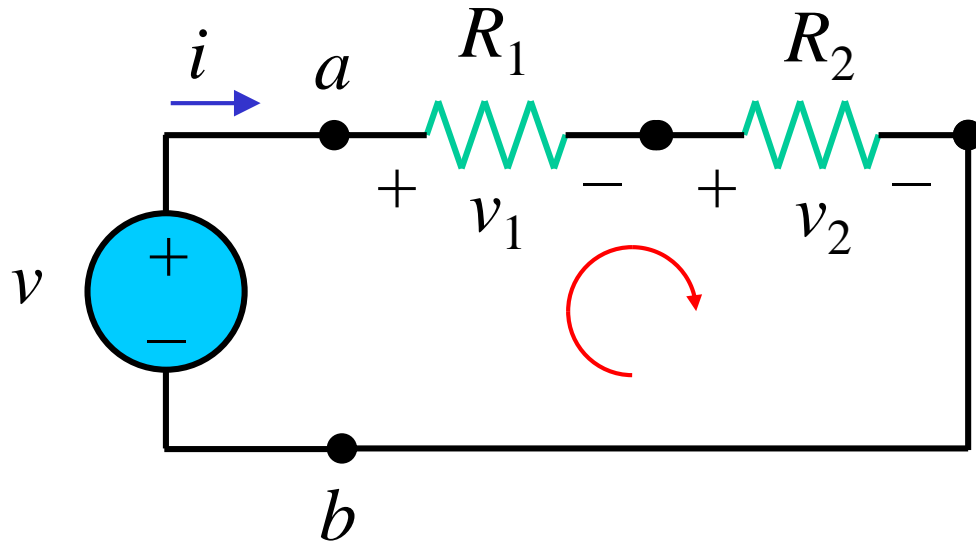
Generatori di tensione in serie



$$v_S = v_1 - v_2 + v_3$$

Il generatore di destra è equivalente al circuito di sinistra (hanno la stessa relazione $i-v$ ai terminali ab).

Resistori in serie



KVL:

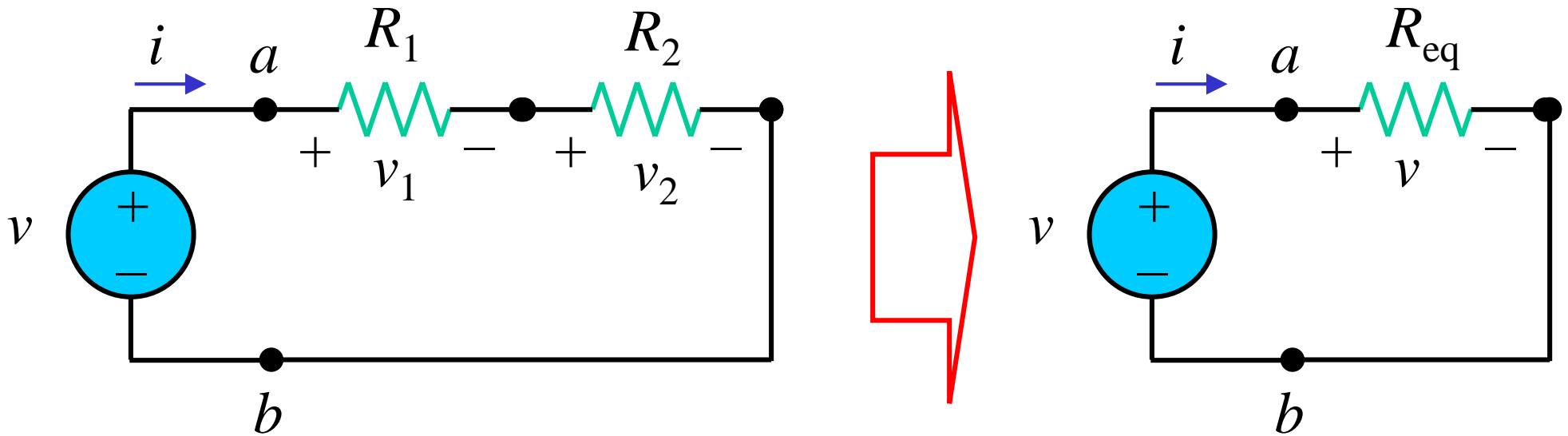
$$-v + v_1 + v_2 = 0$$

Legge di Ohm:

$$v_1 = R_1 \cdot i \quad v_2 = R_2 \cdot i$$

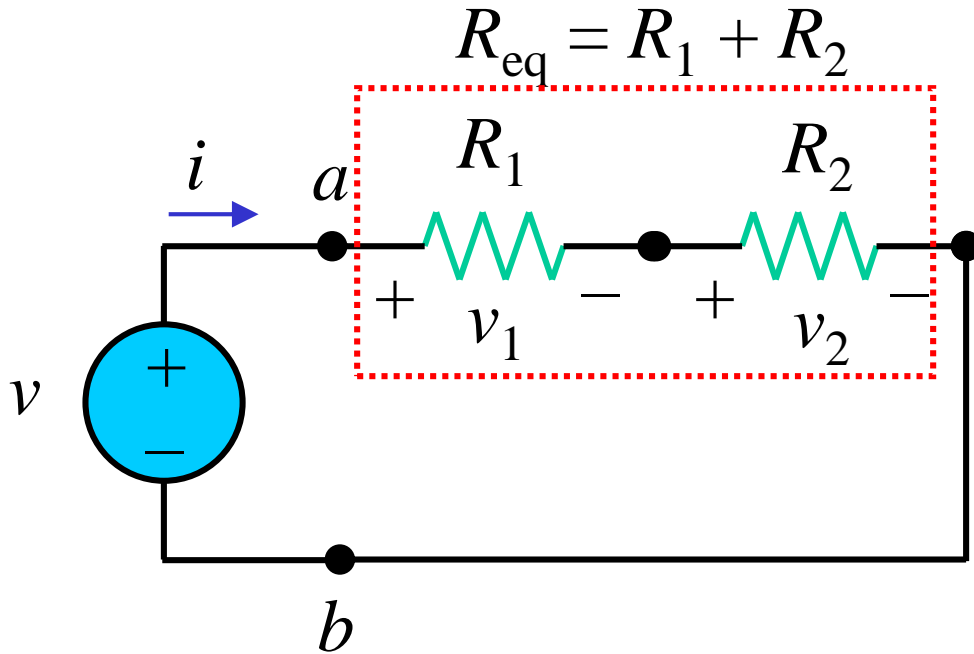
$$v = (R_1 + R_2) \cdot i = R_{\text{eq}} \cdot i$$

Resistori in serie



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Partitore di tensione

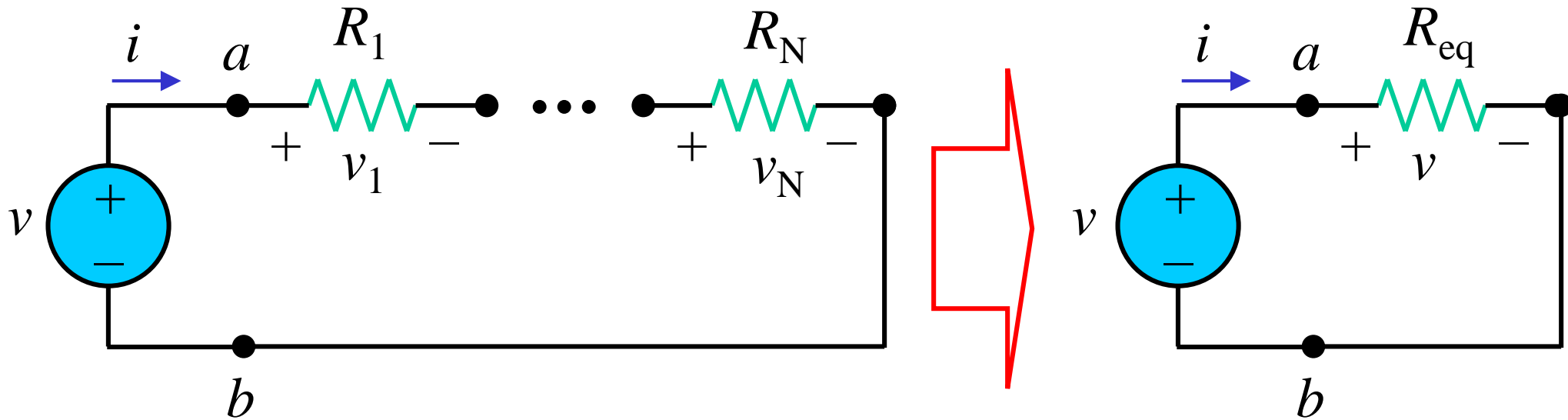


$$i = \frac{v}{R_{eq}} = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

$$v_1 = R_1 \cdot i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v$$

$$v_2 = R_2 \cdot i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

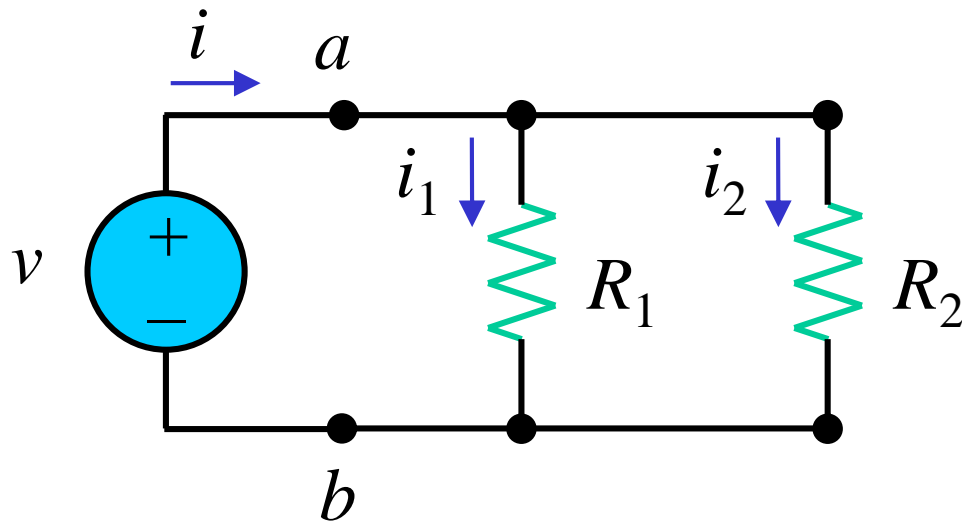
Resistori in serie: generalizzazione



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_{n=1}^N R_n$$

$$v_n = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_N} v$$

Resistori in parallelo



KCL:

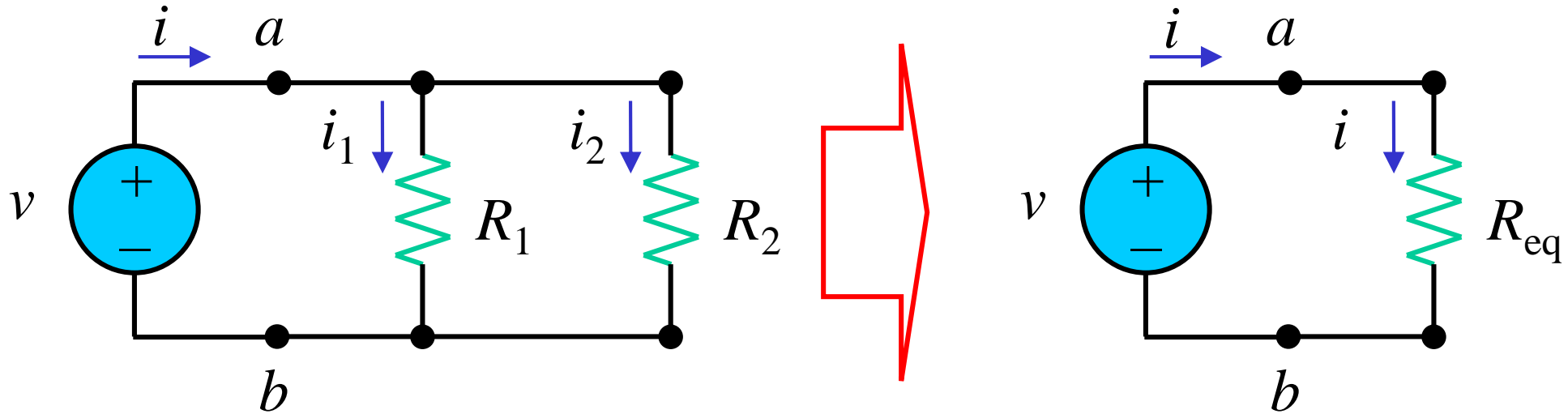
$$i = i_1 + i_2$$

Legge di Ohm:

$$i_1 = v/R_1 \quad i_2 = v/R_2$$

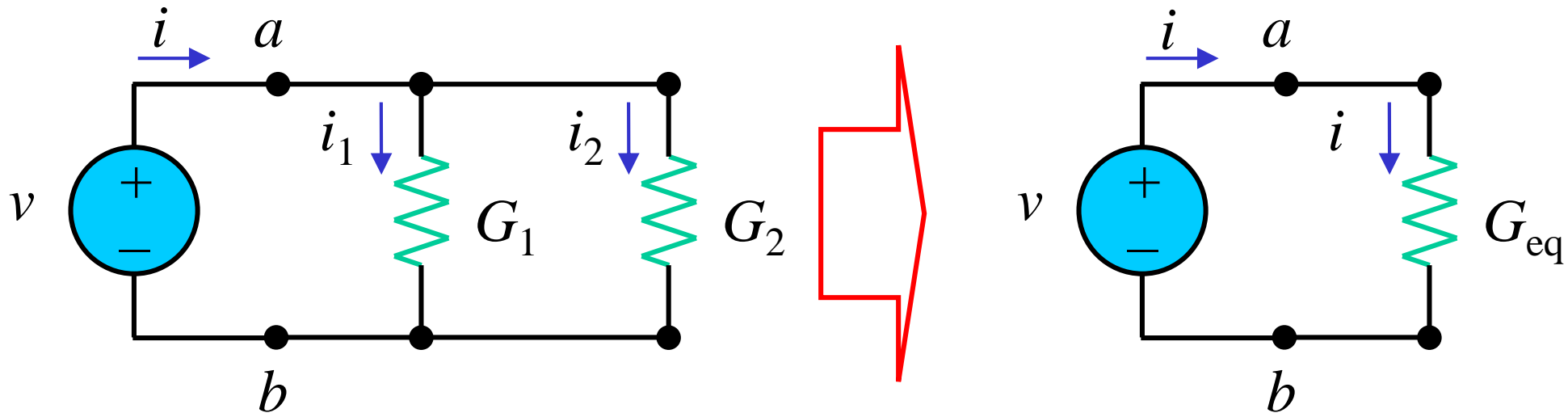
$$i = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = \frac{v}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{v}{R_{\text{eq}}}$$

Resistori in parallelo



$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

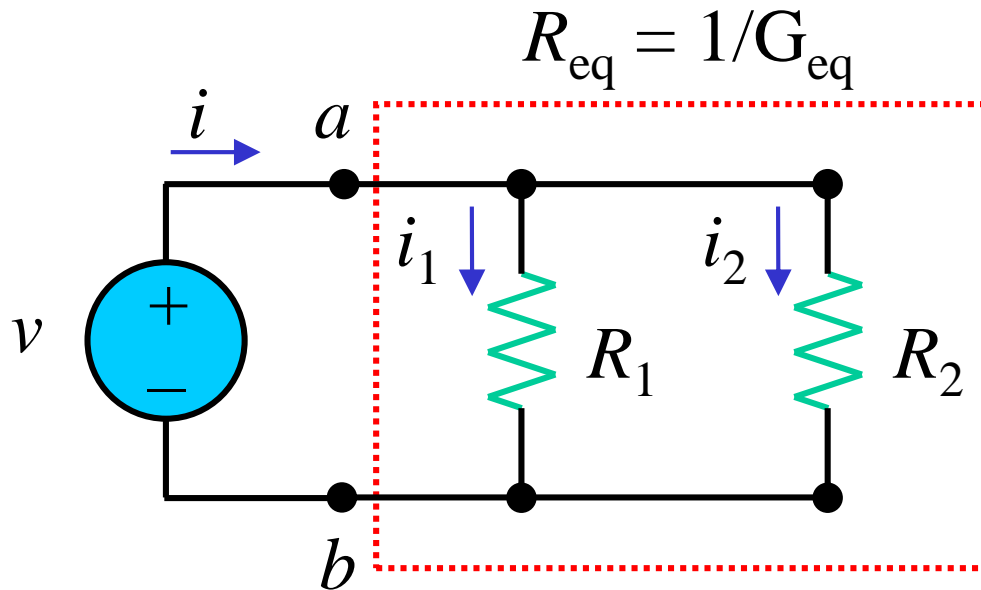
Resistori in parallelo



$$i = G_1 \cdot v + G_2 \cdot v = G_{eq} \cdot v$$

$$G_{eq} = G_1 + G_2$$

Partitore di corrente



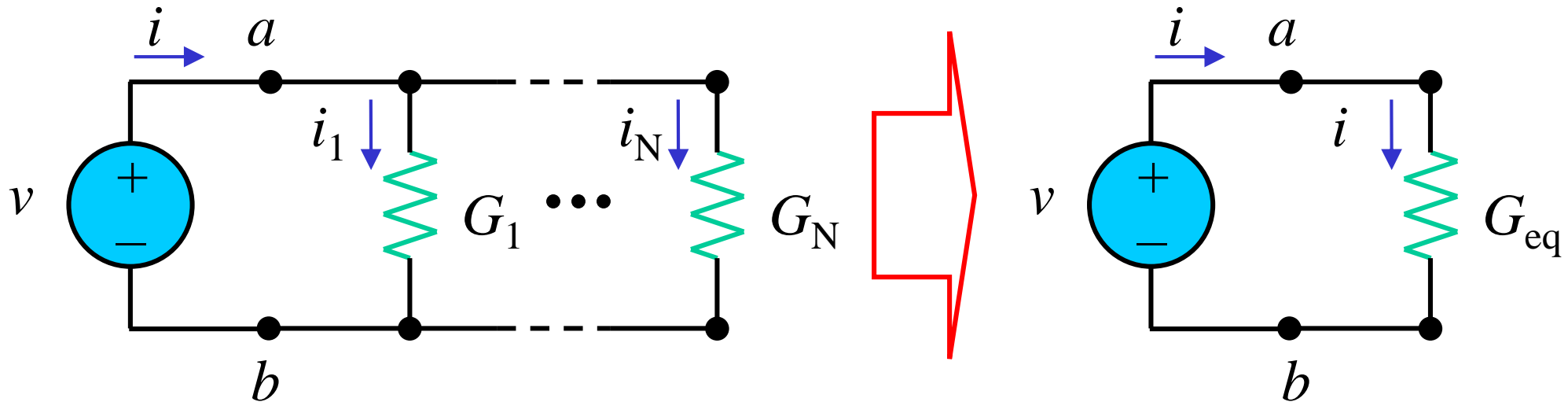
$$v = R_{eq} \cdot i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$v = \frac{i}{G_{eq}} = \frac{i}{G_1 + G_2}$$

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i$$

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i$$

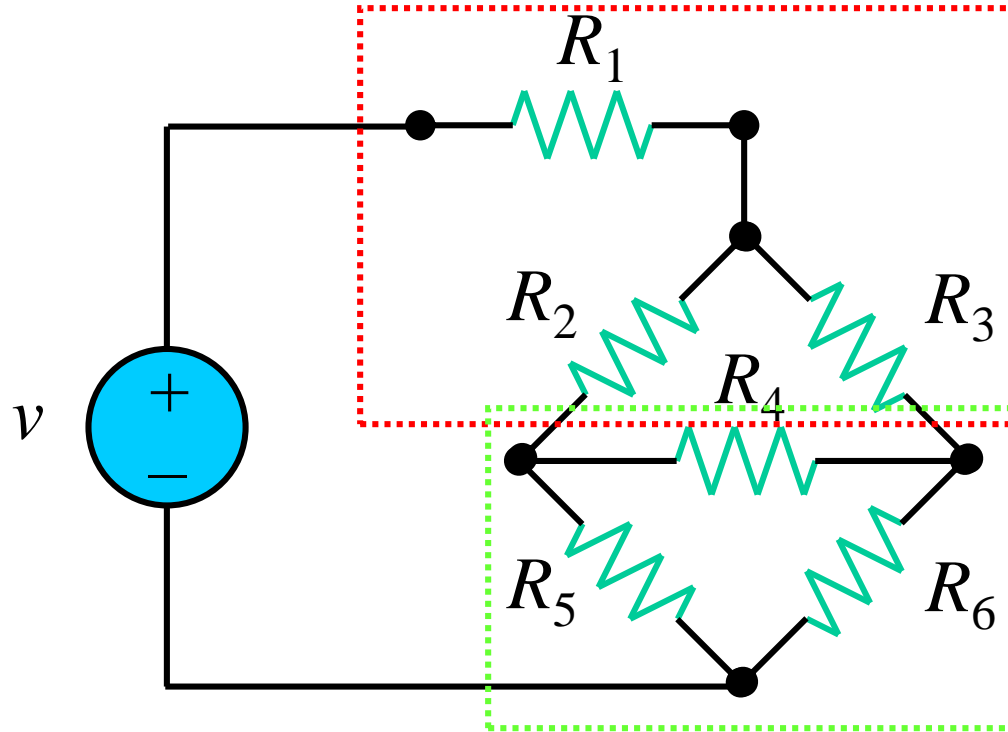
Resistori in parallelo: generalizzazione



$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_N = \sum_{n=1}^N G_n$$

$$i_n = \frac{G_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_N} i$$

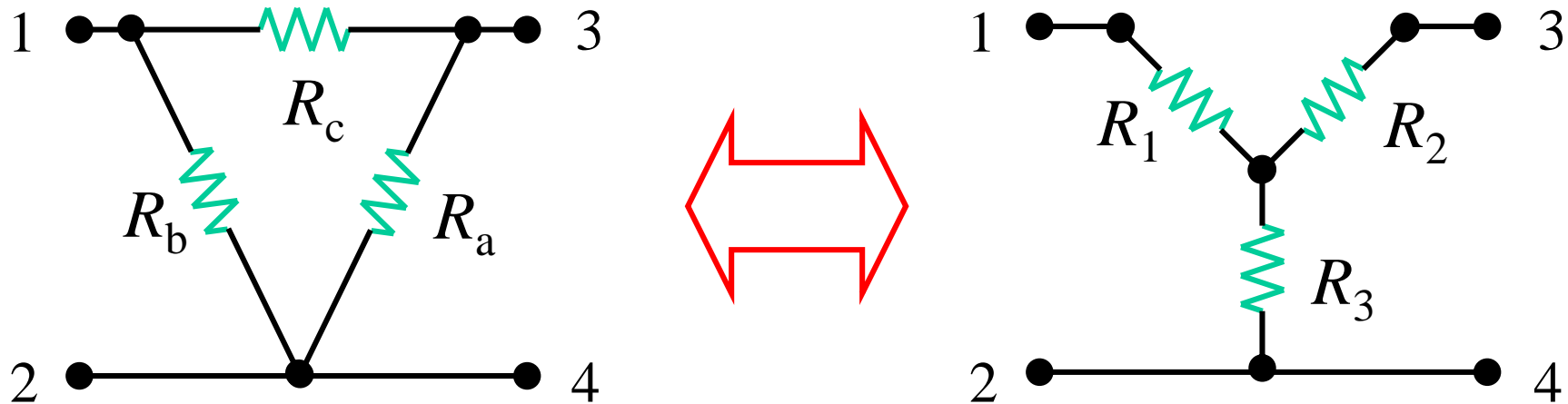
Configurazioni a stella e a triangolo



Configurazione a stella

Configurazione a triangolo

Trasformazione stella/triangolo



triangolo \Rightarrow stella

$$R_1 = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c \cdot R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

stella \Rightarrow triangolo

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{R_3}$$