Facoltà di Ingegneria
Università degli studi di Pavia

Corso di Laurea Triennale in
Ingegneria Elettronica e Informatica

Circuiti Elettrici Lineari

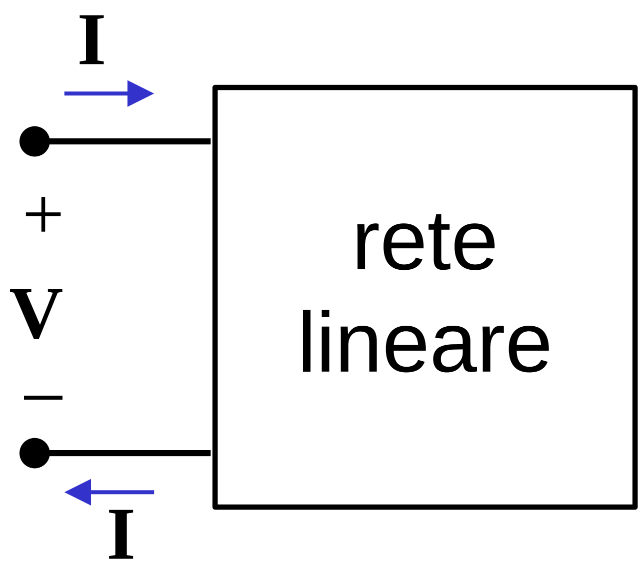
Reti biporta

Sommario

- Definizione
- Parametri di impedenza
- Parametri di ammettenza
- Parametri ibridi
- Parametri di trasmissione
- Relazioni fra i diversi parametri
- Interconnessione di quadrupoli: in serie, in parallelo, in cascata

Definizione

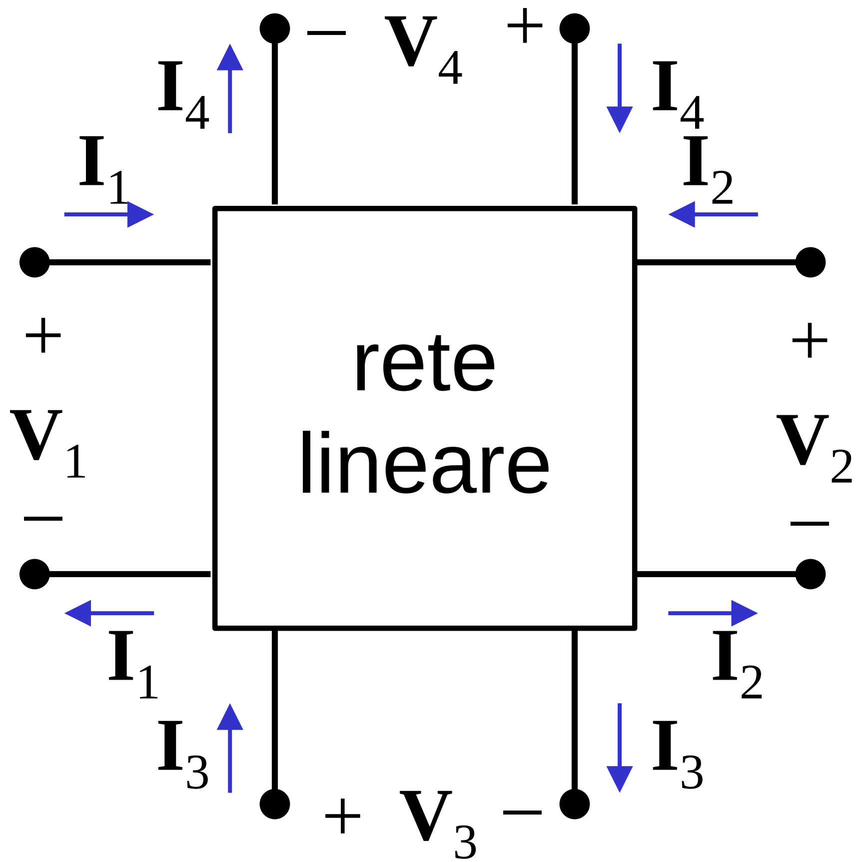
Rete monoporta o bipolo:



Una porta è costituita da una coppia di terminali dai quali entra ed esce la stessa corrente

Definizione

Rete multiporta:



Definizione

Una rete multiporta può essere trattata come una scatola nera, purché si conoscano le relazioni fra le grandezze (tensioni e correnti) ai suoi terminali

In altri termini, non è necessario conoscere la struttura interna del circuito che costituisce la rete, purché siano noti i legami fra le varie grandezze accessibili alle porte

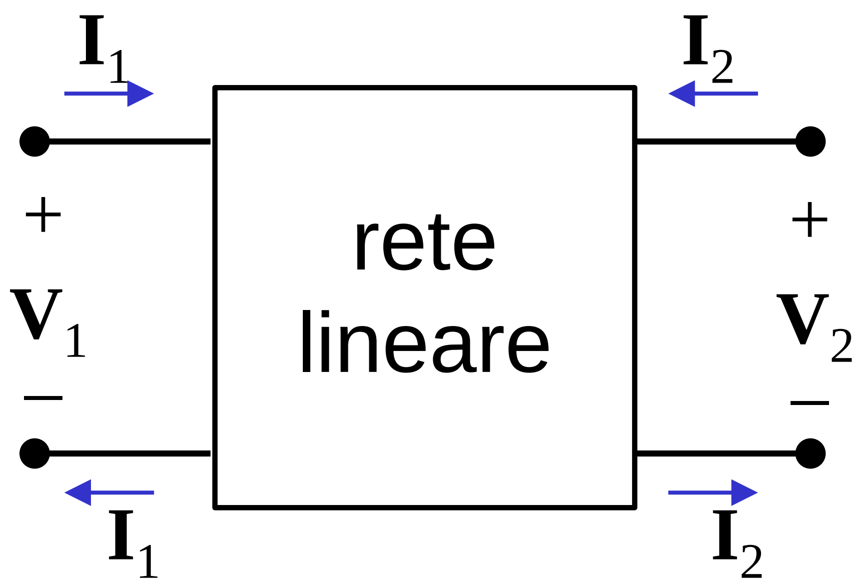
Definizione

Il legame fra tensioni e correnti viene solitamente rappresentato attraverso matrici che coinvolgono diversi tipi di parametri:

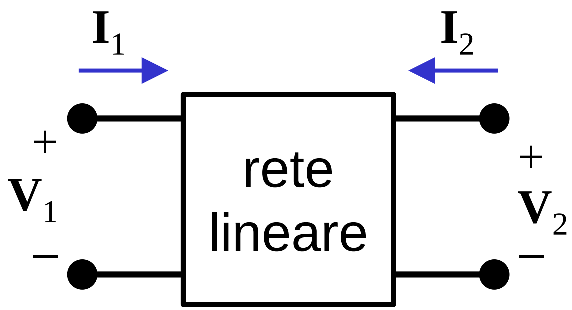
- parametri di impedenza
- parametri di ammettenza
- parametri ibridi
- parametri di trasmissione

Definizione

Tratteremo il caso specifico di una rete biporta, comunemente detta doppio bipolo o quadrupolo:



Parametri di impedenza



$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2$$

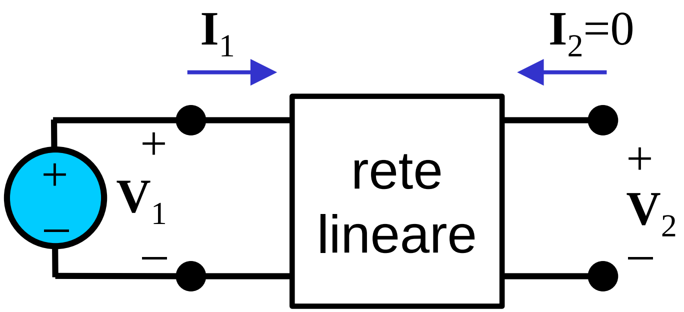
In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{11} & \mathbf{z}_{12} \\ \mathbf{z}_{21} & \mathbf{z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{z}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

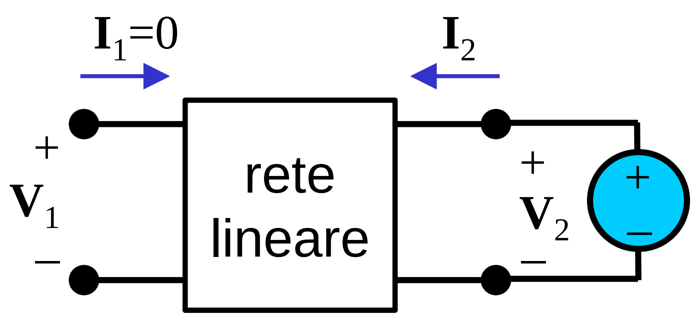
I coefficienti della matrice $[\mathbf{z}]$ sono detti parametri d'impedenza o parametri z e sono espressi in Ω.

Parametri di impedenza

I valori dei parametri d'impedenza si ricavano considerando $\mathbf{I}_1$=0 oppure $\mathbf{I}_2$=0 :



$$\mathbf{z}_{11} = \left.\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0} \qquad \mathbf{z}_{21} = \left.\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0}$$



$$\mathbf{z}_{12} = \left.\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0} \qquad \mathbf{z}_{22} = \left.\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0}$$

Con questa procedura si possono calcolare o misurare i parametri d'impedenza.

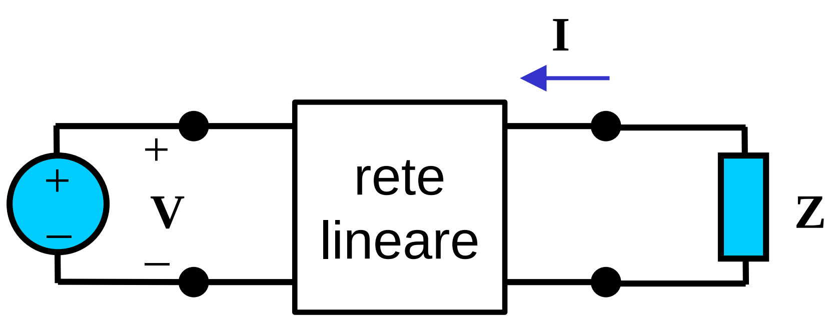
Parametri di impedenza

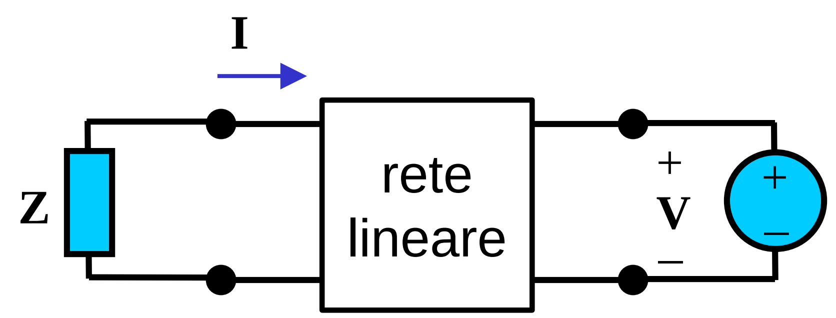
Se $\mathbf{z}_{11}=\mathbf{z}_{22}$ il quadrupolo si dice simmetrico e può essere rappresentato da un circuito simmetrico.

Parametri di impedenza

Se il quadrupolo è lineare e non contiene generatori dipendenti si ha $\mathbf{z}_{12}=\mathbf{z}_{21}$ e la rete si dice reciproca.

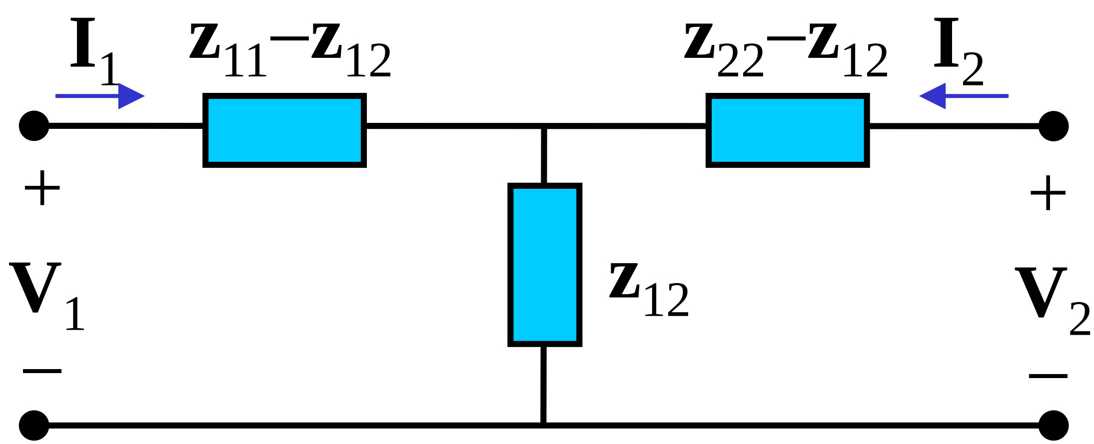
In questo caso, se eccitando la porta 1 con una tensione **V** si ottiene la corrente **I** sulla porta 2, allora eccitando la porta 2 con la stessa tensione **V** si ottiene lo stesso valore di corrente **I** sulla porta 1:





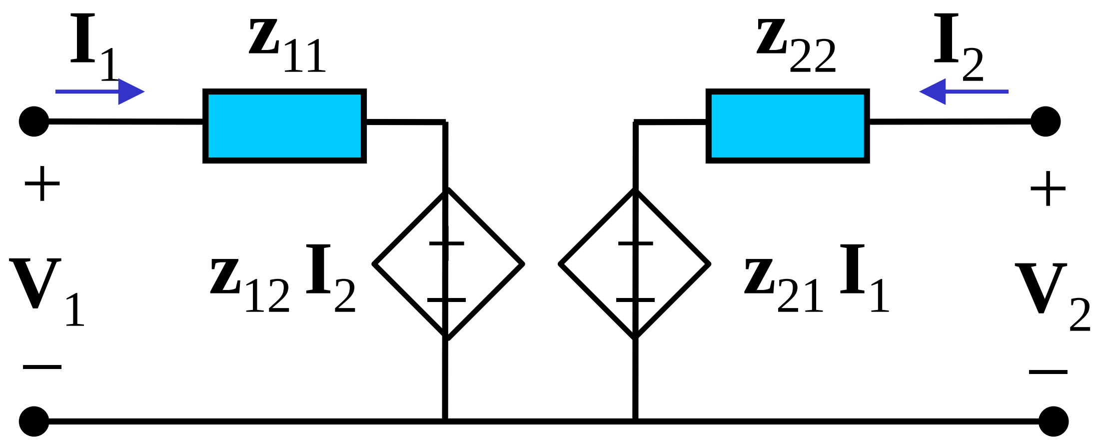
Parametri di impedenza

Un quadrupolo contenente solo resistori, induttori e condensatori è reciproco e può essere rappresentato con il seguente circuito a T:



Parametri di impedenza

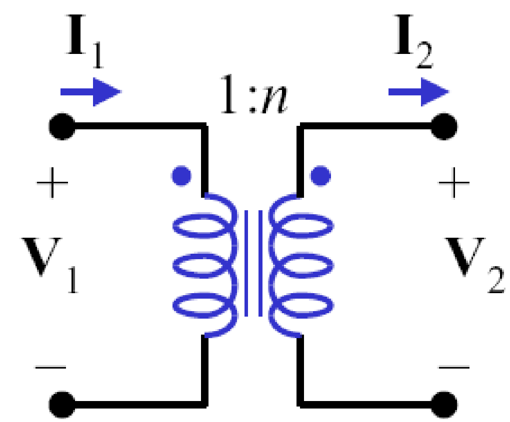
Più in generale, anche se il quadrupolo è non reciproco, il circuito equivalente è il seguente:



Parametri di impedenza

Si noti che non tutti i circuiti possono essere rappresentati attraverso i parametri d'impedenza.

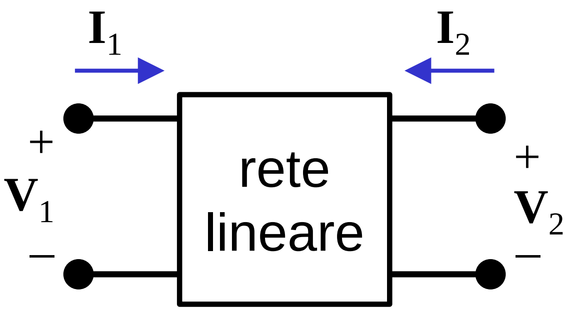
Infatti, se si considera, ad esempio, il trasformatore ideale, si ha



$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{n}\mathbf{V}_2 \qquad \mathbf{I}_1 = n\mathbf{I}_2$$

ed è quindi impossibile esprimere le tensioni in funzione delle correnti.

Parametri di ammettenza



$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{y}_{11}\mathbf{V}_1 + \mathbf{y}_{12}\mathbf{V}_2$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{21}\mathbf{V}_1 + \mathbf{y}_{22}\mathbf{V}_2$$

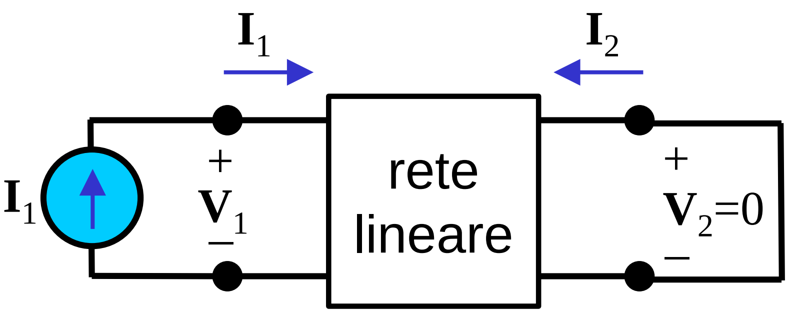
In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{11} & \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{y}_{21} & \mathbf{y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{y}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$

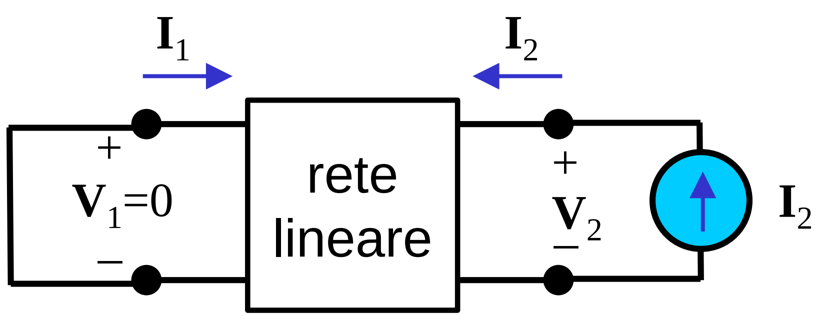
I coefficienti della matrice $[\mathbf{y}]$ sono detti parametri di ammettenza o parametri y e sono espressi in Siemens.

Parametri di ammettenza

I valori dei parametri di ammettenza si ricavano considerando $\mathbf{V}_1$=0 oppure $\mathbf{V}_2$=0:



$$\mathbf{y}_{11} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_1}\right|_{\mathbf{V}_2=0} \qquad \mathbf{y}_{21} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_1}\right|_{\mathbf{V}_2=0}$$



$$\mathbf{y}_{12} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2}\right|_{\mathbf{V}_1=0} \qquad \mathbf{y}_{22} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_2}\right|_{\mathbf{V}_1=0}$$

Con questa procedura si possono calcolare o misurare i parametri di ammettenza.

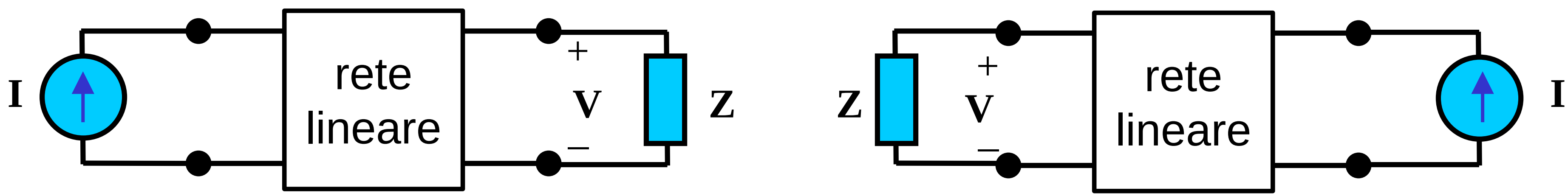
Parametri di ammettenza

Se $\mathbf{y}_{11}=\mathbf{y}_{22}$ il quadrupolo si dice simmetrico e può essere rappresentato da un circuito simmetrico.

Parametri di ammettenza

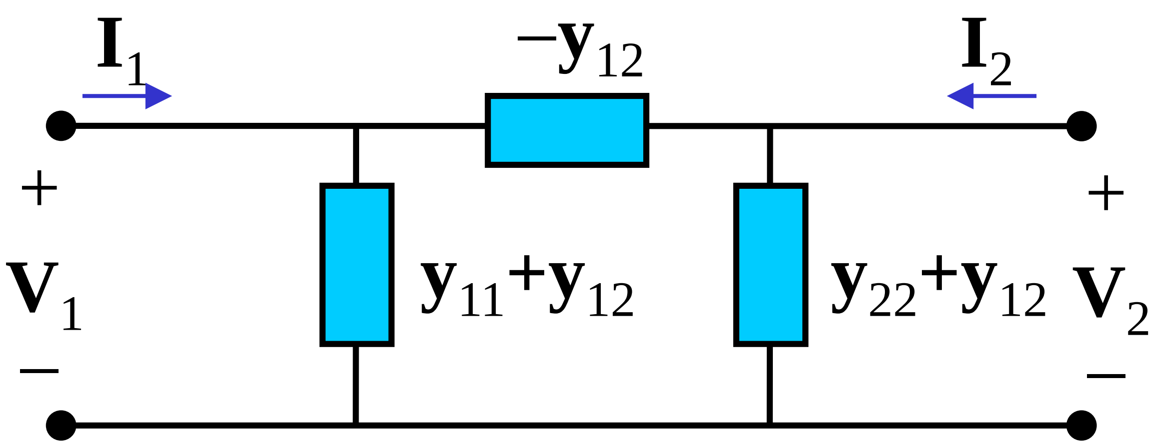
Se il quadrupolo è lineare e non contiene generatori dipendenti si ha $\mathbf{y}_{12}=\mathbf{y}_{21}$ e la rete si dice reciproca.

In questo caso, se eccitando la porta 1 con una corrente $\mathbf{I}$ si ottiene la tensione $\mathbf{V}$ sulla porta 2, allora eccitando la porta 2 con la stessa corrente $\mathbf{I}$ si ottiene lo stesso valore di tensione $\mathbf{V}$ sulla porta 1:



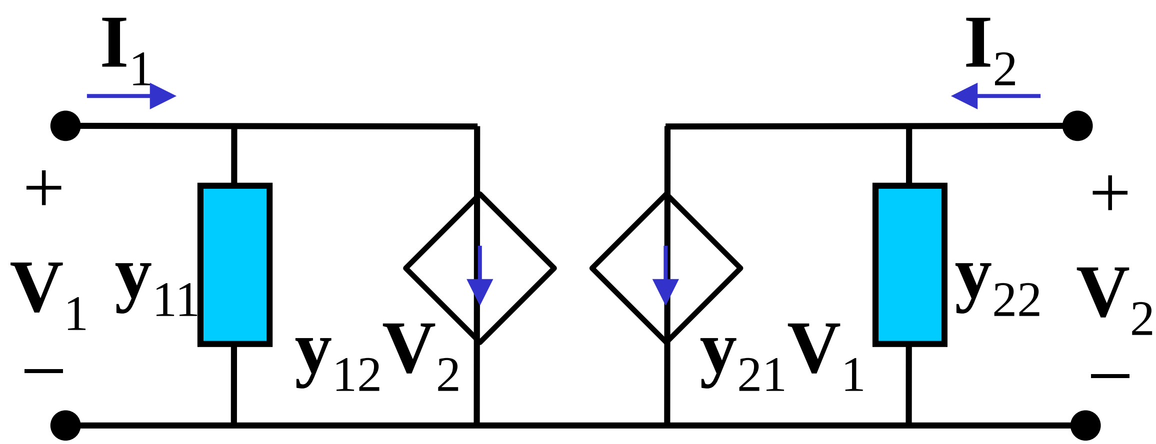
Parametri di ammettenza

Un quadrupolo contenente solo resistori, induttori e condensatori è reciproco e può essere rappresentato con il seguente circuito a Π:



Parametri di ammettenza

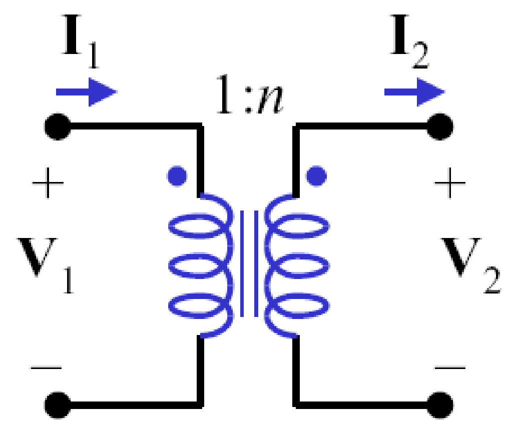
Più in generale, se il quadrupolo è non reciproco, il circuito equivalente è il seguente:



Parametri di ammettenza

Si noti che non tutti i circuiti possono essere rappresentati attraverso i parametri di ammettenza.

Infatti, se si considera, anche in questo caso il trasformatore ideale, si ha



$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{n}\mathbf{V}_2 \qquad\qquad \mathbf{I}_1 = n\mathbf{I}_2$$

ed è quindi impossibile esprimere le correnti in funzione delle tensioni.

Parametri di immittenza

I parametri di impedenza e ammettenza vengono anche indicati come parametri di immittenza.

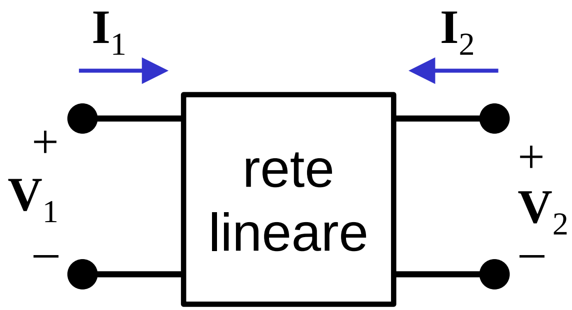
Poiché

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{z}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{y}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$

si ha

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{z}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{z}][\mathbf{y}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad [\mathbf{y}] = [\mathbf{z}]^{-1}$$

Parametri ibridi



$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{h}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{V}_2$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{V}_2$$

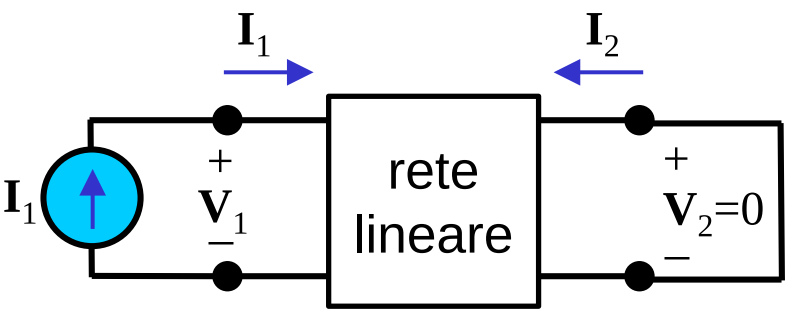
In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{11} & \mathbf{h}_{12} \\ \mathbf{h}_{21} & \mathbf{h}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{h}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$

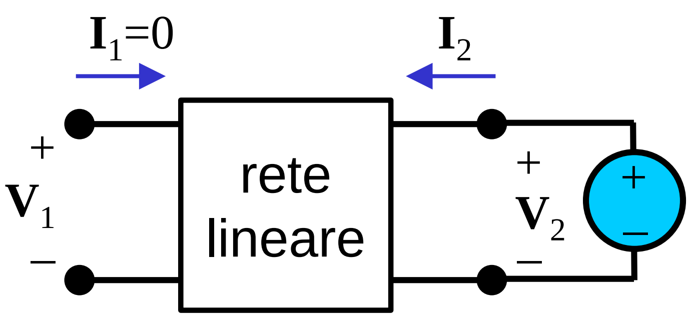
I coefficienti della matrice $[\mathbf{h}]$ sono detti parametri ibridi o parametri h.

Parametri ibridi

I valori dei parametri ibridi si ricavano considerando $\mathbf{I}_1=0$ oppure $\mathbf{V}_2=0$:



$$\mathbf{h}_{11} = \left.\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{V}_2=0} \qquad \mathbf{h}_{21} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{V}_2=0}$$

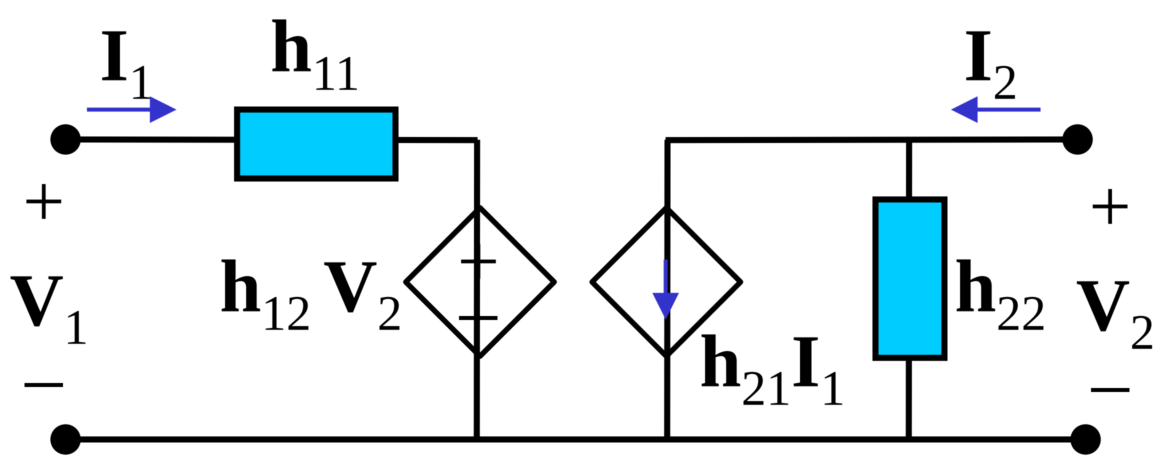


$$\mathbf{h}_{12} = \left.\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0} \qquad \mathbf{h}_{22} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0}$$

Con questa procedura si possono calcolare o misurare i parametri ibridi.

Parametri ibridi

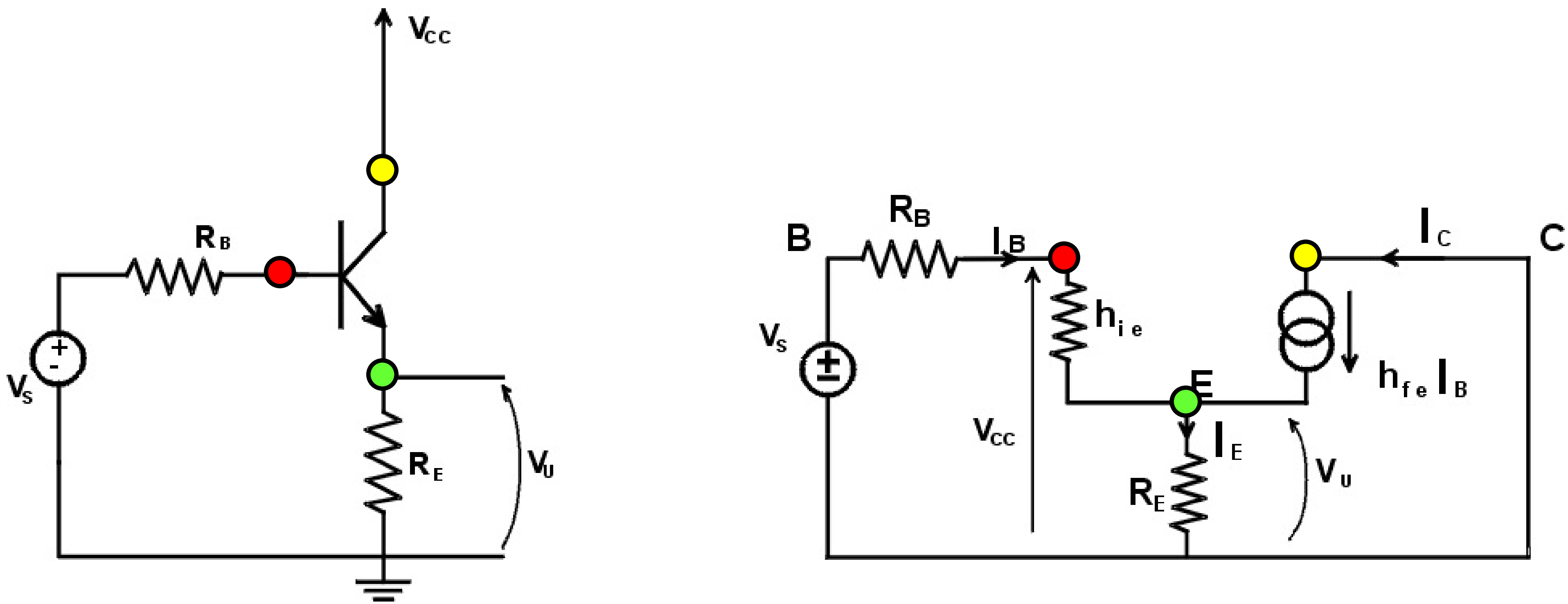
In generale, anche se il quadrupolo è non reciproco, il circuito equivalente è il seguente:



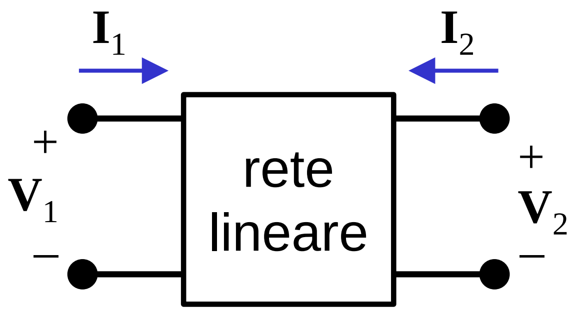
Se il quadrupolo è reciproco si ha $\mathbf{h}_{12}=-\mathbf{h}_{21}$.

Parametri ibridi

Esempio:



Parametri ibridi inversi



$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{g}_{11}\mathbf{V}_1 + \mathbf{g}_{12}\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{g}_{21}\mathbf{V}_1 + \mathbf{g}_{22}\mathbf{I}_2$$

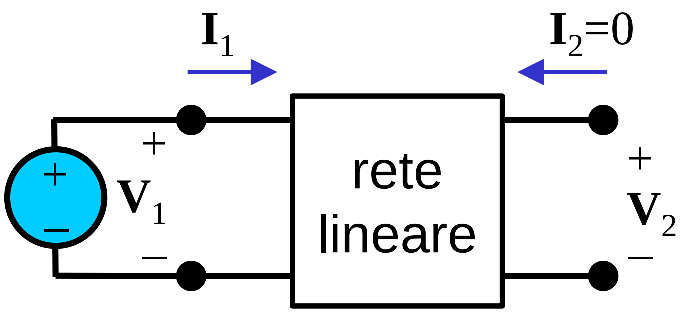
In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{11} & \mathbf{g}_{12} \\ \mathbf{g}_{21} & \mathbf{g}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{g}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

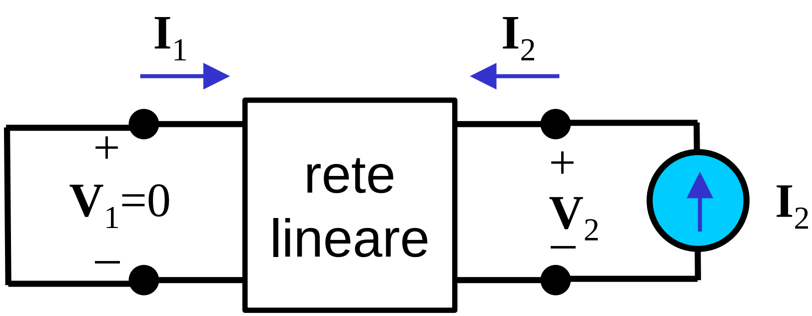
I coefficienti della matrice $[\mathbf{g}]$ sono detti parametri ibridi inversi o parametri g.

Parametri ibridi inversi

I valori dei parametri ibridi inversi si ricavano considerando $\mathbf{V}_1=0$ oppure $\mathbf{I}_2=0$:



$$\mathbf{g}_{11} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0} \qquad \mathbf{g}_{21} = \left.\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0}$$

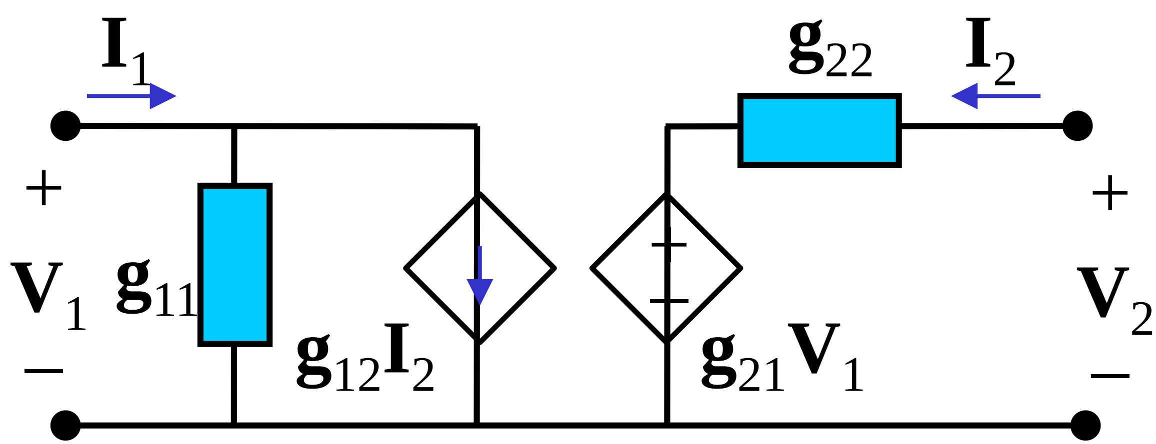


$$\mathbf{g}_{12} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{V}_1=0} \qquad \mathbf{g}_{22} = \left.\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{V}_1=0}$$

Con questa procedura si possono calcolare o misurare i parametri ibridi inversi

Parametri ibridi inversi

In generale, anche se il quadrupolo è non reciproco, il circuito equivalente è il seguente:



Se il quadrupolo è reciproco si ha $\mathbf{g}_{12}=-\mathbf{g}_{21}$.

Parametri ibridi/ibridi inversi

Poiché

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{h}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{g}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

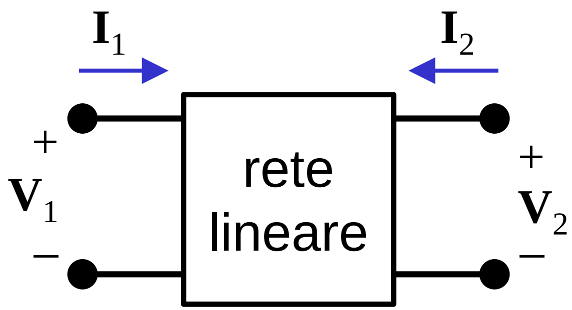
si ha

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{h}] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{h}][\mathbf{g}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

e quindi

$$[\mathbf{g}] = [\mathbf{h}]^{-1}$$

Parametri di trasmissione



$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{A}\mathbf{V}_2 - \mathbf{B}\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{C}\mathbf{V}_2 - \mathbf{D}\mathbf{I}_2$$

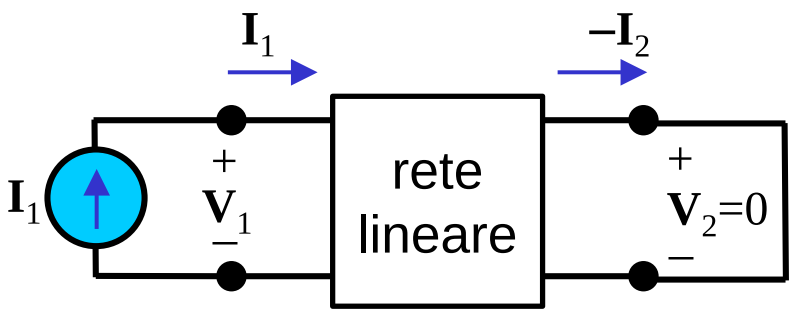
In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{T}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

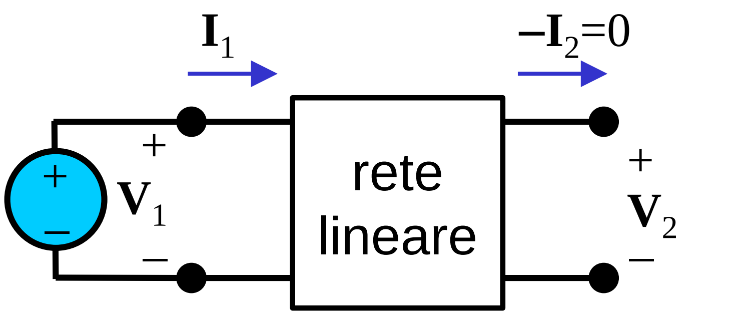
I coefficienti della matrice $[\mathbf{T}]$ sono detti parametri di trasmissione o parametri ABCD.

Parametri di trasmissione

I valori dei parametri di trasmissione si ricavano considerando $\mathbf{V}_2=0$ oppure $-\mathbf{I}_2=0$:



$$\mathbf{B} = \left.\frac{\mathbf{V}_1}{-\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{V}_2=0} \qquad \mathbf{D} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{-\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{V}_2=0}$$



$$\mathbf{A} = \left.\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2}\right|_{-\mathbf{I}_2=0} \qquad \mathbf{C} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2}\right|_{-\mathbf{I}_2=0}$$

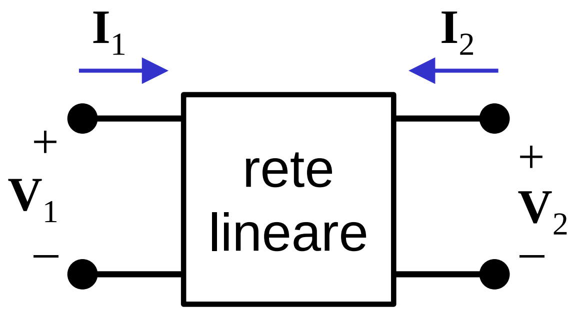
Con questa procedura si possono calcolare o misurare i parametri di trasmissione

Parametri di trasmissione

Se il quadrupolo è reciproco si ha:

$$\det([\mathbf{T}]) = \mathbf{AD} - \mathbf{BC} = 1$$

Parametri di trasmissione inversi



$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{a}\mathbf{V}_1 - \mathbf{b}\mathbf{I}_1$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{c}\mathbf{V}_1 - \mathbf{d}\mathbf{I}_1$$

In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ -\mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = [\mathbf{t}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ -\mathbf{I}_1 \end{bmatrix}$$

I coefficienti della matrice $[\mathbf{t}]$ sono detti parametri di trasmissione inversi.

Parametri di trasmissione inversi

Se il quadrupolo è reciproco si ha:

$$\det([\mathbf{t}]) = \mathbf{ad} - \mathbf{bc} = 1$$

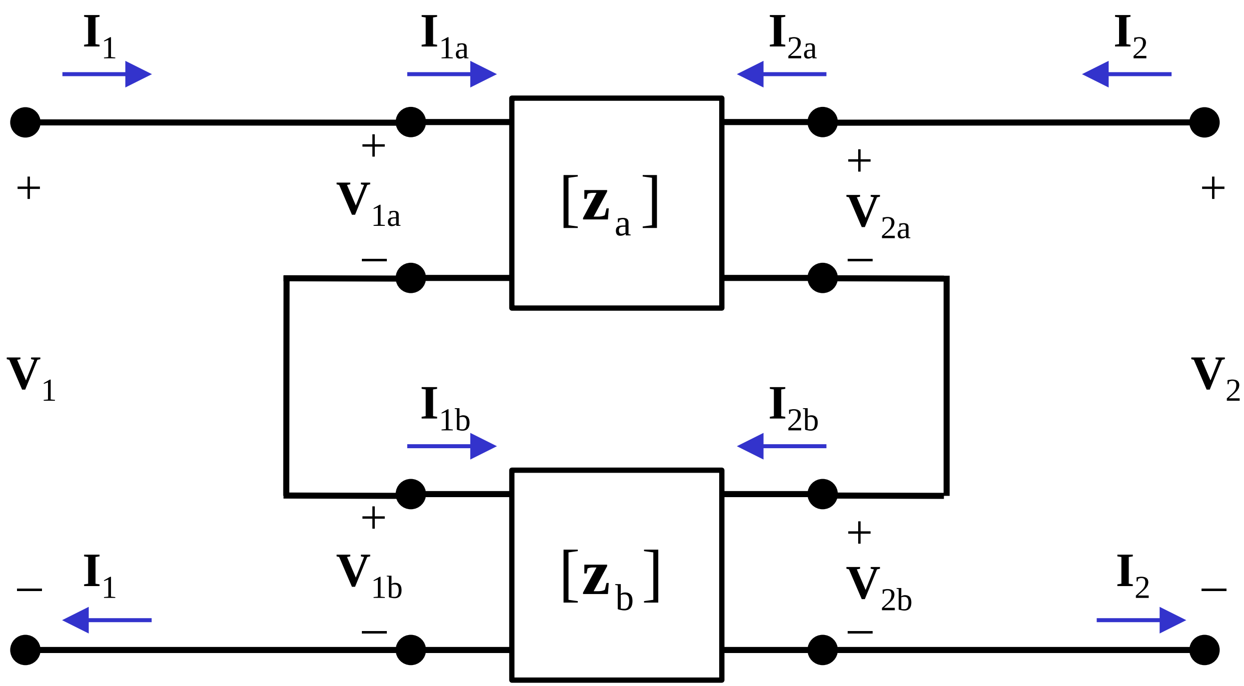
Relazioni fra i diversi parametri

	z		y		h		g		T		t	
z	z_{11}	z_{12}	$\frac{y_{22}}{\Delta_y}$	$-\frac{y_{12}}{\Delta_y}$	$\frac{\Delta_h}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$-\frac{g_{12}}{g_{11}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{\Delta_T}{C}$	$\frac{d}{c}$	$\frac{1}{c}$
	z_{21}	z_{22}	$-\frac{y_{21}}{\Delta_y}$	$\frac{y_{11}}{\Delta_y}$	$-\frac{h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$	$\frac{g_{21}}{g_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{11}}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{\Delta_t}{c}$	$\frac{a}{c}$
y	$\frac{z_{22}}{\Delta_z}$	$-\frac{z_{12}}{\Delta_z}$	y_{11}	y_{12}	$\frac{1}{h_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{22}}$	$\frac{g_{12}}{g_{22}}$	$\frac{D}{B}$	$-\frac{\Delta_T}{B}$	$\frac{a}{b}$	$-\frac{1}{b}$
	$-\frac{z_{21}}{\Delta_z}$	$\frac{z_{11}}{\Delta_z}$	y_{21}	y_{22}	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{11}}$	$-\frac{g_{21}}{g_{22}}$	$\frac{1}{g_{22}}$	$-\frac{1}{B}$	$\frac{A}{B}$	$-\frac{\Delta_t}{b}$	$\frac{d}{b}$
h	$\frac{\Delta_z}{z_{22}}$	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$-\frac{y_{12}}{y_{11}}$	h_{11}	h_{12}	$\frac{g_{22}}{\Delta_g}$	$-\frac{g_{12}}{\Delta_g}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{\Delta_T}{D}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{11}}$	h_{21}	h_{22}	$-\frac{g_{21}}{\Delta_g}$	$\frac{g_{11}}{\Delta_g}$	$-\frac{1}{D}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{\Delta_t}{a}$	$\frac{c}{a}$
g	$\frac{1}{z_{11}}$	$-\frac{z_{12}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{22}}$	$\frac{y_{12}}{y_{22}}$	$\frac{h_{22}}{\Delta_h}$	$-\frac{h_{12}}{\Delta_h}$	g_{11}	g_{12}	$\frac{C}{A}$	$-\frac{\Delta_T}{A}$	$\frac{c}{d}$	$-\frac{1}{d}$
	$\frac{z_{21}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{11}}$	$-\frac{y_{21}}{y_{22}}$	$\frac{1}{y_{22}}$	$-\frac{h_{21}}{\Delta_h}$	$\frac{h_{11}}{\Delta_h}$	g_{21}	g_{22}	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$	$\frac{\Delta_t}{d}$	$-\frac{b}{d}$
T	$\frac{z_{11}}{z_{21}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{21}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{21}}$	$-\frac{1}{y_{21}}$	$-\frac{\Delta_h}{h_{21}}$	$-\frac{h_{11}}{h_{21}}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\frac{g_{22}}{g_{21}}$	A	B	$\frac{d}{\Delta_t}$	$\frac{b}{\Delta_t}$
	$\frac{1}{z_{21}}$	$\frac{z_{22}}{z_{21}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{21}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{21}}$	$-\frac{h_{22}}{h_{21}}$	$-\frac{1}{h_{21}}$	$\frac{g_{11}}{g_{21}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{21}}$	C	D	$\frac{c}{\Delta_t}$	$\frac{a}{\Delta_t}$
t	$\frac{z_{22}}{z_{12}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{12}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{12}}$	$-\frac{1}{y_{12}}$	$\frac{1}{h_{12}}$	$\frac{h_{11}}{h_{12}}$	$-\frac{\Delta_g}{g_{12}}$	$-\frac{g_{22}}{g_{12}}$	$\frac{D}{\Delta_T}$	$\frac{B}{\Delta_T}$	a	b
	$\frac{1}{z_{12}}$	$\frac{z_{11}}{z_{12}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{12}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{12}}$	$\frac{h_{22}}{h_{12}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{12}}$	$-\frac{g_{11}}{g_{12}}$	$-\frac{1}{g_{12}}$	$\frac{C}{\Delta_T}$	$\frac{A}{\Delta_T}$	c	d

$\Delta_z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$, $\Delta_h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$, $\Delta_T = AD - BC$

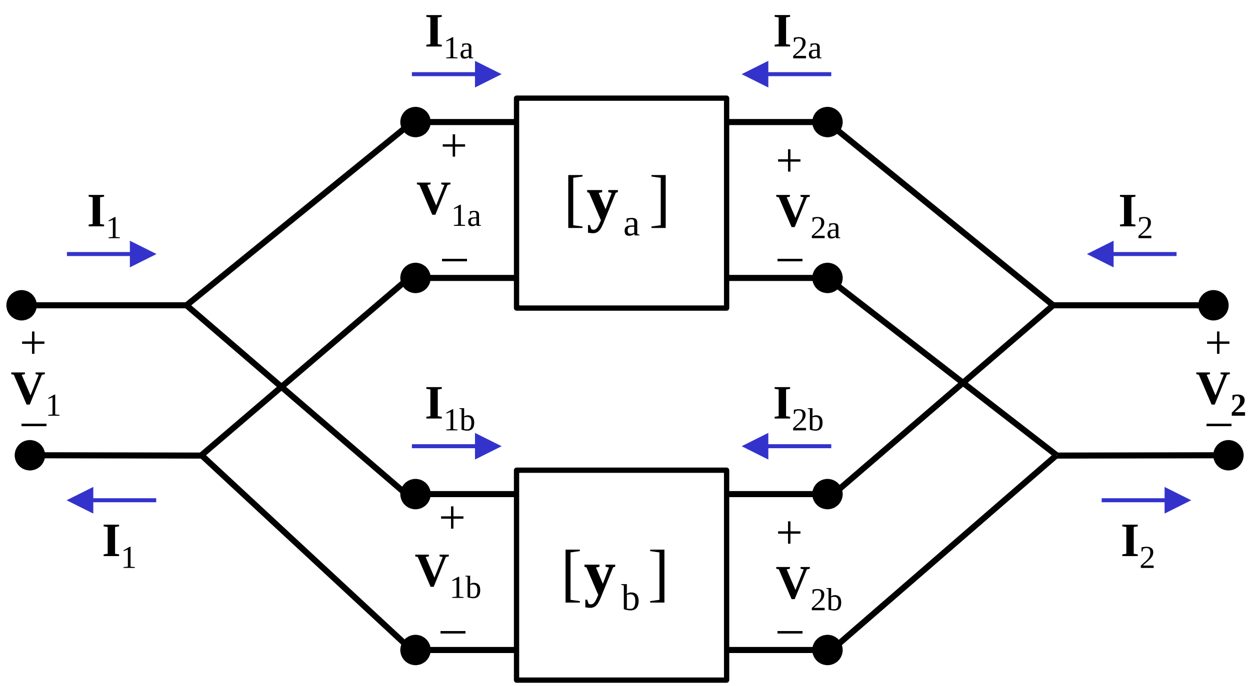
$\Delta_y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$, $\Delta_g = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$, $\Delta_t = ad - bc$

Interconnessione di quadrupoli in serie



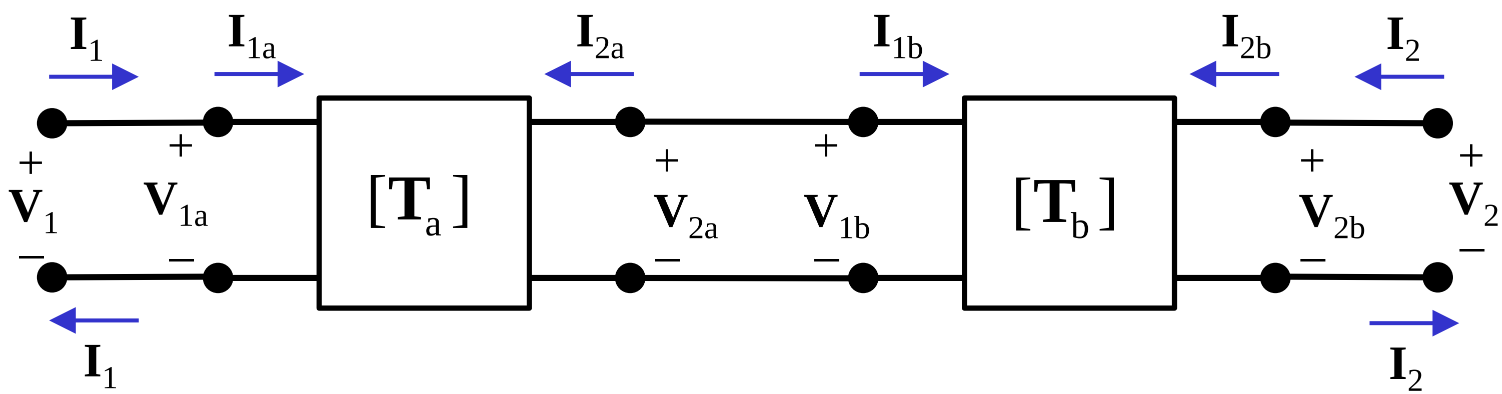
$$[\mathbf{z}] = [\mathbf{z}_a] + [\mathbf{z}_b]$$

Interconnessione di quadrupoli in parallelo



$$[\mathbf{y}] = [\mathbf{y}_a] + [\mathbf{y}_b]$$

Interconnessione di quadrupoli in cascata



$$[\mathbf{T}] = [\mathbf{T}_a][\mathbf{T}_b]$$