Un'antenna, alimentata con un segnale monocromatico, genera nello spazio libero circostante un campo elettromagnetico che, nella zona di radiazione, ha localmente le stesse caratteristiche di un'onda piana uniforme

$$\vec{E} \;=\; E\,\vec{p} \qquad\qquad \vec{H} \;=\; \frac{E}{\eta}\,\vec{u}_r \times \vec{p}$$

dove

η	è l'impedenza intrinseca del vuoto
$\vec{u}_r = \vec{u}_r(\vartheta, \varphi)$	è il versore radiale nella generica direzione (ϑ, φ) (*)
$E = E(r, \vartheta, \varphi)$	definisce l'intensità e la fase del campo elettrico
$\vec{p} = \vec{p}(\vartheta, \varphi)$	è la polarizzazione del campo elettrico

$$\vec{p} \cdot \vec{p}^{\,*} \;=\; 1 \qquad\qquad \vec{p} \cdot \vec{u}_r \;=\; 0$$

(*) si assume implicitamente che il centro del sistema di riferimento sferico (r, ϑ, φ) usato per descrivere i campi irraggiati coincida con il centro di fase dell'antenna.

Il campo elettrico irraggiato da un'antenna alimentata con un segnale monocromatico, nel generico punto (r, ϑ, φ) è dato da

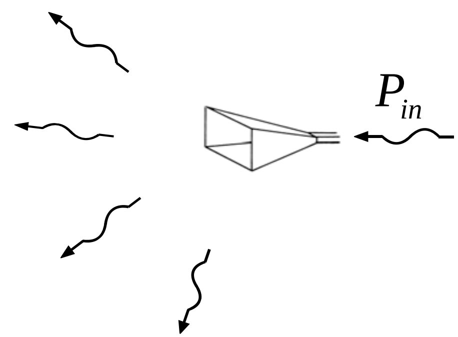
$$\vec{E} \;=\; \sqrt{\frac{\eta P_{\text{in}}}{2\,\pi}}\;\frac{e^{-jkr}}{r}\sqrt{g}\;e^{j\psi}\vec{p}$$

dove

P_{in}	è la potenza in ingresso all'antenna
$k = 2\,\pi/\lambda$	è il numero d'onda
$\frac{e^{-jkr}}{r}$	è la funzione d'onda sferica
$g = g(\vartheta, \varphi)$	è il guadagno
$\psi = \psi(\vartheta, \varphi)$	è il termine di fase
$\vec{p} = \vec{p}(\vartheta, \varphi)$	è la polarizzazione del campo irraggiato

parametri dipendenti dall'antenna

Potenze associate ai campi di radiazione



$$W = \frac{P_{\text{in}}}{4\pi r^2}\, g$$

densità di potenza [W/m^2]

$$W = \frac{|\vec{E}|^2}{2\eta} = \frac{\eta\,|\vec{H}|^2}{2}$$

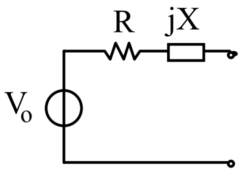
$$K = r^2 W = \frac{P_{\text{in}}}{4\pi}\, g$$

intensità di radiazione [W/sterad]

$$4\pi K = P_{\text{in}}\, g$$

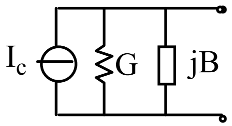
EIRP [W]
(Effective Isotropic Radiated Power)

Generatori equivalenti di un’antenna ricevente



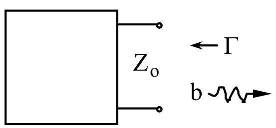
Thevenin

$$V_o = -j\sqrt{4\,R\,/\,\eta}\,\sqrt{A_{\text{eff}}}\;e^{j\psi}\;\vec{p}_{\text{A}}\cdot\vec{p}_{\text{inc}}\;E_{\text{inc}}$$



Norton

$$I_c = -j\sqrt{4\,G\,/\,\eta}\,\sqrt{A_{\text{eff}}}\;e^{j\psi'}\;\vec{p}_{\text{A}}\cdot\vec{p}_{\text{inc}}\;E_{\text{inc}}$$



matrice di diffusione

$$b = -j\sqrt{2\,(1-|\Gamma|^2)\,/\,\eta}\,\sqrt{A_{\text{eff}}}\;e^{j\psi''}\;\vec{p}_{\text{A}}\cdot\vec{p}_{\text{inc}}\;E_{\text{inc}}$$

L’area efficace, i termini di fase e la polarizzazione del campo irraggiato dall’antenna $\vec{p}_{\text{A}}$ sono valutati nella direzione di provenienza del campo incidente.
Il coefficiente di riflessione Γ è quello valutato in trasmissione.
I termini di fase ψ, ψ’e ψ” differiscono tra loro perché, nei tre casi, i riferimenti di fase sono diversi, rispettivamente sono: la **fase della corrente**, **la fase della tensione** e la **fase dell’onda incidente** sulla porta d’ingresso dell’antenna.
Solo se l’antenna è adattata i tre riferimenti coincidono.

La potenza disponibile sulla porta di un’antenna ricevente, su cui incide un’onda monocromatica che trasporta la densità di potenza W_{inc} è:

$$P_d = W_{\text{inc}} A_{\text{eff}} \tau$$

dove:

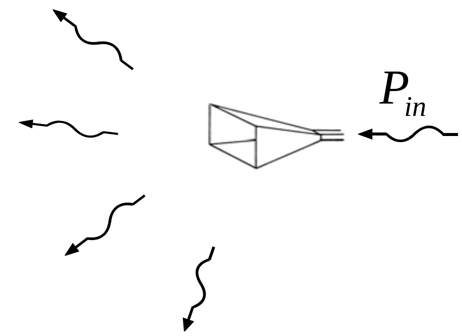
A_{eff} è l’area efficace dell’antenna ricevente, legata al suo guadano dalla relazione

$$A_{\text{eff}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} g(\vartheta, \varphi)$$

τ è la perdita per polarizzazione, dipendente dalla polarizzazione del campo incidente $\vec{p}_{\text{inc}}$ e dalla polarizzazione $\vec{p}_{\text{A}}$ del campo che l’antenna irraggerebbe nella direzione di provenienza del segnale, qualora fosse usata come trasmittente:

$$\tau = \left| \vec{p}_{\text{inc}} \cdot \vec{p}_{\text{A}} \right|^2$$

Parametri caratteristici di un’antenna



$$D = \frac{4\pi K(\Omega)}{P_{\mathrm{irr}}}$$

direttività [dB]

$$g = \frac{4\pi K(\Omega)}{P_{\mathrm{in}}}$$

guadagno [dB]

$$\xi = \frac{P_{\mathrm{irr}}}{P_{\mathrm{in}}}$$

efficienza di radiazione [dB]

$$A_{\mathrm{eff}} = \frac{\lambda^2}{4\pi}\, g(\Omega)$$

area efficace [m^2]

banda [Hz]

temperatura di rumore [°K]

Espressione delle grandezze in decibel (dB)

Il rapporto tra due grandezze omogenee che possono assumere solo valori positivi (potenze, densità di potenza, intensità di radiazione, …) è un numero puro che è univocamente determinato dalla sua espressione in decibel α

$$\alpha = \left.\frac{P_1}{P_2}\right|_{\mathrm{dB}} = 10\,\mathrm{Log}_{10}\frac{P_1}{P_2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{P_1}{P_2} = 10^{\alpha/10}$$

esprimendo le potenze (densità di potenza, intensità di radiazione, …) in termini di correnti (tensioni, campi elettrici, campi magnetici, …) si ha, ed esempio:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{2}\,R_1\,|I_1|^2}{\frac{1}{2}\,R_2\,|I_2|^2}$$

e quindi in dB

$$\begin{aligned}\left.\frac{P_1}{P_2}\right|_{\mathrm{dB}} &= 10\,\mathrm{Log}_{10}\frac{R_1\,|I_1|^2}{R_2\,|I_2|^2}\\ &= \cancel{10\,\mathrm{Log}_{10}\frac{R_1}{R_2}} + 20\,\mathrm{Log}_{10}\frac{|I_1|}{|I_2|}\end{aligned}$$

se $R_1 = R_2$

Equazione di un collegamento ideale (spazio libero)

$$P_{\mathrm{d}} \;=\; \frac{P_{\mathrm{in}}}{4\,\pi\,r^2}\, g_{\mathrm{tr}}\, A_{\mathrm{eff}}\,\tau \;=\; P_{\mathrm{in}} \left(\frac{\lambda}{4\,\pi\,r}\right)^2 g_{\mathrm{tr}}\, g_{\mathrm{ric}}\,\tau$$

$$\left.\frac{P_{\mathrm{d}}}{P_{\mathrm{rif}}}\right|_{\mathrm{dB}} \;=\; \left.\frac{P_{\mathrm{in}}}{P_{\mathrm{rif}}}\right|_{\mathrm{dB}} - \underbrace{20\ \mathrm{Log}\frac{4\,\pi\,r}{\lambda}}_{\text{attenuazione di spazio libero}} + g_{\mathrm{tr}}\,|_{\mathrm{dB}} + g_{\mathrm{ric}}\,|_{\mathrm{dB}} - \underbrace{10\ |\ \mathrm{Log}\ \tau\ |}_{\text{perdita per polarizzazione}}$$

dove P_{rif} è una potenza scelta come riferimento si definisce polarizzazione incrociata (cross-polarizzazione) di una polarizzazione di riferimento $\vec{p}_{\mathrm{co}}$ il vettore di polarizzazione dato da

$$\vec{p}_{\mathrm{cross}} = \vec{u}_r \times \vec{p}^{\,*}_{\mathrm{co}}$$

dove $\vec{u}_r$ è la direzione di propagazione. Dalle relazioni

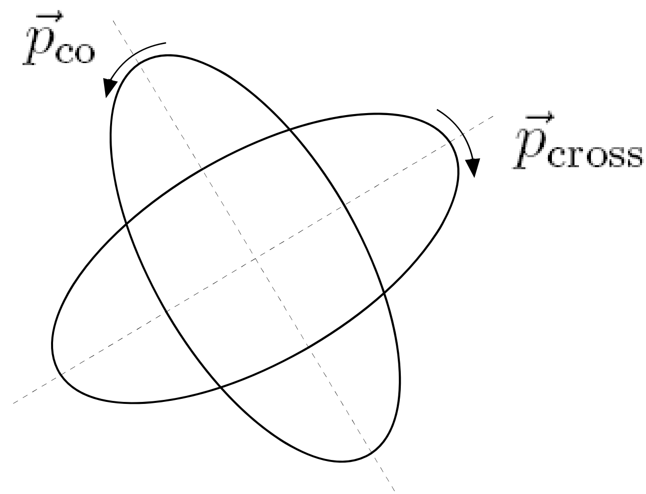
$$\vec{p}_{\mathrm{co}} \cdot \vec{p}^{\,*}_{\mathrm{co}} = 1 \qquad\qquad \vec{p}_{\mathrm{co}} \cdot \vec{u}_r = 0$$

si deduce che

$$\vec{p}_{\mathrm{cross}} \cdot \vec{u}_r = 0$$

$$\vec{p}_{\mathrm{cross}} \cdot \vec{p}^{\,*}_{\mathrm{cross}} = 1$$

$$\vec{p}_{\mathrm{cross}} \cdot \vec{p}^{\,*}_{\mathrm{co}} = 0$$



ellissi di polarizzazione e versi di percorrenza

Qualunque polarizzazione $\vec{p}$ può essere definita come combinazione di una qualunque polarizzazione di riferimento $\vec{p}_{\mathrm{co}}$ (co-polarizzazione) e della sua polarizzazione incrociata $\vec{p}_{\mathrm{cross}}$

$$\vec{p} = \alpha\, \vec{p}_{\mathrm{co}} + \beta\, \vec{p}_{\mathrm{cross}} \qquad\qquad |\,\alpha\,|^2 + |\,\beta\,|^2 = 1$$

$$\alpha = \vec{p} \cdot \vec{p}^{\,*}_{\mathrm{co}}$$

$$\beta = \vec{p} \cdot \vec{p}^{\,*}_{\mathrm{cross}}$$

Nel caso di campi non monocromatici, si dimostra che un’onda elettromagnetica può essere sempre pensata come la somma di due componenti, una completamente polarizzata (che per quanto riguarda la polarizzazione si comporta come i campi monocromatici) ed una completamente non polarizzata (che in tempi lunghi rispetto al periodo assume con probabilità uniforme qualunque stato di polarizzazione):

$$\vec{E} = E^{\mathrm{P}}\vec{p} + \vec{E}^{\mathrm{N}}$$

la densità di potenza media trasportata su tempi lunghi rispetto al periodo è la somma delle densità di potenza trasportate dalle due componenti

$$W = < \frac{|\vec{E}|^2}{2\eta} > = \underbrace{< \frac{|E^{\mathrm{P}}|^2}{2\eta} >}_{W^{\mathrm{P}}} + \underbrace{< \frac{|\vec{E}^{\mathrm{N}}|^2}{2\eta} >}_{W^{\mathrm{N}}} + \underbrace{< \frac{2\,\mathrm{Re}(E^{\mathrm{P}}\vec{p}\cdot\vec{E}^{\mathrm{N}*})}{2\eta} >}_{0}$$

dove $< \ >$ indica la media temporale fatta su tempi lunghi rispetto al periodo

Nel caso l'onda incidente sia completamente non polarizzata, qualunque sia l'antenna ricevente, la perdita per polarizzazione è sempre 1/2.

Nel caso generale, si definisce indice di polarizzazione di un'onda elettromagnetica il rapporto tra la densità di potenza trasportata dalla componente completamente polarizzata e la densità di potenza complessivamente trasportata dell'onda:

$$m = \frac{W^{\mathrm{P}}}{W^{\mathrm{P}} + W^{\mathrm{N}}}$$ indice di polarizzazione

in questo caso, la perdita per polarizzazione è data da

$$\tau = m \left| \vec{p}_{\mathrm{inc}} \cdot \vec{p}_{\mathrm{A}} \right|^2 + \frac{1}{2}(1-m)$$

dove $\vec{p}_{\mathrm{inc}}$ è il vettore di polarizzazione relativo alla componente completamente polarizzata